

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۵ آبان ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخگویی |
|------|---------------|------------|----------|----------|--------------|
| ۱ | حسابان ۲ | ۲۰ | ۱ | ۲۰ | ۳۰ دقیقه |
| ۲ | هندسه ۳ | ۱۰ | ۲۱ | ۳۰ | ۱۵ دقیقه |
| ۳ | ریاضیات گسسته | ۱۰ | ۳۱ | ۴۰ | ۱۵ دقیقه |
| ۴ | هندسه ۱ | ۱۰ | ۴۱ | ۵۰ | ۱۵ دقیقه |
| | هندسه ۲ | | ۵۱ | ۶۰ | |

آزمون هدف‌گذاری، یک آزمون مهم در روز پنج‌شنبه هفته اول می‌توانید در آزمون هدف‌گذاری شرکت کنید. با شرکت در این آزمون برنامه‌ریزی دقیق‌تری برای هفته‌ی دوم خواهید داشت. این آزمون با همان بودجه‌بندی آزمون اصلی بعدی برگزار می‌شود و تمام سؤالات آن جدید هستند. برای شرکت در آزمون هدف‌گذاری به صفحه‌ی شخصی خود بروید و در قسمت داشبورد وارد بخش آزمون‌های غیرحضوری شوید.



آزمون «۵ آبان ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ گویی |
|---------------|------------|------------|----------------|
| حسابان ۲ | ۲۰ | ۱-۲۰ | ۳۰' |
| هندسه ۳ | ۱۰ | ۲۱-۳۰ | ۱۵' |
| ریاضیات گسسته | ۱۰ | ۳۱-۴۰ | ۱۵' |
| زوج کتاب | ۱۰ | ۴۱-۵۰ | ۱۵' |
| | | ۵۱-۶۰ | |
| جمع کل | ۵۰ | ۱-۶۰ | ۷۵' |

پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان | اختصاصی |
|---------------|--|---------|
| حسابان ۲ | مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر-علی سلامت-حمید علیزاده-کامیار علیسون علیرضا ندافزاده-جهانبخش نیکنام | |
| هندسه | امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-جواد حاتمی-فشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوکند روشنی محمد صحت کار-هومن عقیلی | |
| ریاضیات گسسته | جواد ترکمن-فرزاد جوادی-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-محمد صحت کار | |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ | هندسه | ریاضیات گسسته |
|-------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| گزینشگر | علیرضا ندافزاده | محمد صحت کار کیوان دارابی | محمد صحت کار کیوان دارابی |
| گروه ویراستاری | سعید خان بابایی | عادل حسینی | عادل حسینی |
| ویراستار استاد | مهدی ملارمضانی | مهرداد ملوندی | مهرداد ملوندی |
| بازبینی نهایی رنه های برتر | سهیل تقی زاده پارسا نوروزی منش | مهبد خالتی | مهبد خالتی |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | امیرحسین ابومحبوب |
| مستند سازی | سمیه اسکندری | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|-----------------------|
| مدیر گروه | مهرداد ملوندی |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری |
| حروف نگار | فرزانه فتح اله زاده |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب، بین هیبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع، توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱ تا ۱۸ / حسابان ۱: صفحه‌های ۵۴ تا ۹۰

۱- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; x \geq 2 \\ [x]+3 & ; x < -2 \end{cases}$ و $g(x) = [2x]$ باشد، حاصل $(f-g)\left(-\frac{5}{2}\right)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

صفر (۱) ۵ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۳) -۱ (۴)

۲- اگر $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ و $g = \{(2, -4), (1, 2), (0, 3), (4, 5)\}$ باشد، تعداد اعضای دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۳- اگر $f(x) = x^2 - 2x$ و $(f \circ g)(x) = 4x(x+1)$ باشد، مقدار $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

صفر (۱) -۲ (۲)

۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۴- اگر $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+3}{x+5}$ و $g(x) = 3x+7$ باشد، مقدار $f^{-1}(-3)$ کدام است؟

۷ (۱) ۳ (۲)

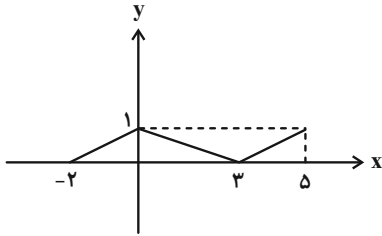
-۷ (۳) ۴ (۴)

۵- اگر $f(x) = 1-x^3$ و $g(x) = -3x(x-1)$ باشد، تابع $|f-g|$ روی کدام بازه یکنوا است؟

\mathbb{R} (۱) (۰, ۲) (۲)

$[1, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R} - [0, 1]$ (۴)

۶- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = f(-\frac{x}{4})$ روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟



(۱) $[0, 6]$

(۲) $[-4, 6]$

(۳) $[-6, 0]$

(۴) $[-6, 4]$

۷- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 1} + 1$ و $g(x) = \sqrt{7-x} + 2$ باشد، با کدام انتقال، نمودار تابع g بر نمودار تابع $f \circ g$ منطبق می‌شود؟

(۲) ۲ واحد به چپ و یک واحد به بالا

(۱) ۳ واحد به راست و یک واحد به بالا

(۴) ۳ واحد به چپ و یک واحد به پایین

(۳) ۲ واحد به راست و یک واحد به پایین

۸- اگر $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ و $g(x) = -3x + |\frac{2}{3}x|$ باشد، برد تابع $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۵

(۱) ۴

(۴) ۷

(۳) ۶

۹- خط $y = k$ نمودار تابع $f(x) = (\frac{1}{4})^{|x|} - 2$ را در دو نقطه قطع کرده است. حدود k کدام است؟

(۲) $(-2, -\frac{1}{4})$

(۱) $(-2, 0)$

(۴) $(-2, -1)$

(۳) $(-3, 0)$

۱۰- اگر فرض کنیم مقدار عبارت $\log_2 3$ برابر عدد k باشد، مقدار عبارت $\log_3 6$ بر حسب k کدام است؟

$$\frac{k}{k+2} \quad (۲) \qquad \frac{k+1}{k+2} \quad (۱)$$

$$\frac{k+2}{k+3} \quad (۴) \qquad \frac{k}{k+1} \quad (۳)$$

۱۱- با رنگ آمیزی کامل هر صفحه نقاشی، ۲ درصد از طول مداد را از دست می دهیم. پس از رنگ آمیزی کامل چند صفحه، حداقل ۴۰

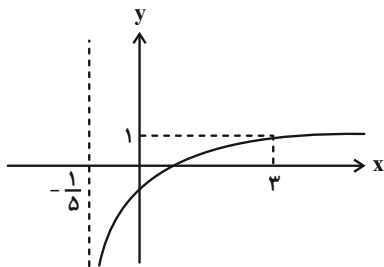
درصد طول مداد را از دست می دهیم؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.47$, $\log 7 = 0.845$)

$$۲۳ \quad (۲) \qquad ۲۱ \quad (۱)$$

$$۲۵ \quad (۴) \qquad ۲۴ \quad (۳)$$

۱۲- نمودار تابع $f(x) = a + \log_4(bx+1)$ در شکل زیر رسم شده است. در این صورت دامنه تابع $g(x) = \sqrt{(ax + \frac{b}{4})f(\frac{x}{4})}$ شامل

چند عدد صحیح است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۴

۱۳- معادله $\log(3x+7) - \log(4x+2) = \log(3x+1)$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۴- توابع $f(x) = |x-2| - (x+|x-1|)$ و $g(x) = 2x-1$ مفروض اند. تابع $f+g$ روی کدام بازه اکیداً نزولی است؟

(۲) $[0, +\infty)$

(۱) $[1, 2]$

(۴) $(-\infty, 2]$

(۳) $[1, +\infty)$

۱۵- تابع $f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} - 1$ مفروض است. اگر $g(x) = f(x) + 2$ باشد، تابع $|f \cdot g|$ روی کدام بازه صعودی است؟

(۲) $(-\frac{\sqrt{2}}{3}, -\frac{1}{3})$

(۱) $(-\frac{1}{3}, 1)$

(۴) $(\frac{1}{3}, \sqrt{3})$

(۳) $(-1, 0)$

۱۶- کدام تابع یک به یک است اما یکنوا نیست؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) $g(x) = (\frac{3}{2} + [-x^2])x$

(۱) $f(x) = (\frac{1}{2} + [-x^2])x$

(۴) $k(x) = \frac{2}{3}x + |x-1|$

(۳) $h(x) = 2x + |x-1|$

۱۷- توابع $f(x) = 2 - 5x - x^3$ و $g(x) = \log(f(x^2)) - f(x+2)$ مفروض اند. کدام تابع روی دامنه تابع g اکیداً یکنوا است؟

(۲) $y = x - \sqrt{x^2 + 1}$

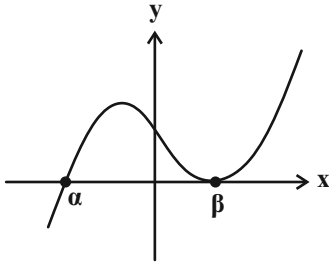
(۱) $y = (x-1)^2$

(۴) $y = x + \sqrt{2-x}$

(۳) $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

۱۸- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است که در آن $\alpha + \beta = -10$ است. اگر $g(x) = 3f\left(\frac{x}{k} - 3k\right)$ باشد، به ازای کدام مقدار k ،

مجموع صفرهای تابع g برابر ۴ است؟



(۱) -۲

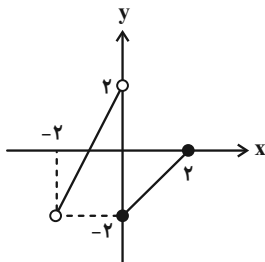
(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) $-\frac{1}{3}$

۱۹- نمودار تابع $y = f\left(1 - \frac{x}{p}\right)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع g نیز از تقسیم طول نقاط تابع همانی بر عدد k و سپس انتقال

آن به اندازه یک واحد به سمت چپ به دست می‌آید. به ازای کدام مقدار k نمودارهای دو تابع f و g دو نقطه مشترک دارند؟



(۱) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) -۱

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $-\frac{2}{3}$

۲۰- نمودار وارون تابع $f(x) = x^3 + \frac{x-3}{2}$ نمودار تابع $g(x) = 1 - \frac{2x}{3}(x+2)$ را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. مجموع طول این

دو نقطه کدام است؟

(۲) -۱

(۱) صفر

(۴) -۳

(۳) -۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۱

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 کدام است؟

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۲۲- اگر B و C دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه و تعویض‌پذیر باشند به طوری که $BC = 2I$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل

$(AC + C)(BA + 2B)$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$ (۱)

$\begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ (۳)

۲۳- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 20 & 19 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ باشند، آن‌گاه حاصل $AB + BA$ کدام است؟

$\begin{bmatrix} 20 & 24 \\ -1 & 14 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 20 & 12 \\ 1 & 24 \end{bmatrix}$ (۱)

$\begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 24 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 22 \end{bmatrix}$ (۳)

۲۴- اگر A یک ماتریس مربعی غیرصفر و $A - A^2 = I$ باشد، آن‌گاه حاصل A^{101} برابر کدام ماتریس است؟

A^2 (۲)

A (۱)

$-A^2$ (۴)

$-A$ (۳)

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^{10} - A^9$ کدام است؟

I (۲)

$A = \begin{bmatrix} a & -a \\ -a & a \end{bmatrix}$ (۱)

$\begin{bmatrix} 1-a & a+1 \\ 1-a & a+1 \end{bmatrix}$ (۴)

$-I$ (۳)

۲۶- اگر $A = [(-1)^{i+j}]_{3 \times 3}$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های ماتریس A^{20} کدام است؟

(۱) ۲۷۶ (۲) ۱

(۳) صفر (۴) ۲۱۶

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 6 & 0 & \frac{1}{2} \\ -6 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -\frac{1}{3} \\ 4 & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس $2A^2 + 3AB + 9B$ کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۳۶

(۳) ۵۴ (۴) ۷۲

۲۸- کدام نتیجه‌گیری در مورد دو ماتریس مربعی و هم‌مرتبه A و B درست است؟

(۱) $AB = \bar{O} \Rightarrow A = \bar{O}$ یا $B = \bar{O}$ (۲) $r \in \mathbb{R}$, $rA = \bar{O} \Rightarrow r = 0$ یا $A = \bar{O}$

(۳) $(AB)^2 = A^2 B^2$ (۴) $A^2 + 3A = A(A+3)$

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & c & -2 \\ -1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 0 \\ -b & a+3 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، مقدار c کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) -۲

۳۰- اگر در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ داشته باشیم $a_{ij} = \begin{cases} 1 & ; i \leq j \\ 0 & ; i > j \end{cases}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس A^{10} برابر کدام است؟

(۱) ۳۴ (۲) ۴۲

(۳) ۶۸ (۴) ۷۸

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا پایان ب.م.م و ک.م.م): صفحه‌های ۱ تا ۱۴

۳۱- اگر $a \neq 1$ عددی طبیعی باشد به طوری که به ازای همه مقادیر طبیعی n ، اعداد $2n-3$ و n^2+2 مضرب a باشند، مقدار a

کدام است؟

۱۷ (۱) ۱۹ (۲)

هیچ عدد طبیعی در شرایط a وجود ندارد. (۴) ۱۳ (۳)

۳۲- تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد دو رقمی مرکب که نسبت به هر سه عدد ۶۴، ۸۱ و ۱۲۵ اول باشند، کدام است؟

۵۶ (۱) ۳۲ (۲)

۸۶ (۳) ۴۲ (۴)

۳۳- روی منحنی $3x^2 - xy - 2y = 2$ چند نقطه با مختصات صحیح در ناحیه دوم دستگاه مختصات وجود دارد؟

۱ (۱) صفر (۲)

۳ (۳) ۳ (۴)

۳۴- برای این که به روش بازگشتی ثابت کنیم حداقل مقدار مجموع دو عدد مثبت a و b ، یعنی $a+b$ و معکوس آن $(\frac{1}{a+b})$ برابر ۲

است، به کدام نامساوی همواره درست می‌رسیم؟

$(a+b+1)^2 \geq 0$ (۱) $(a+b-1)^2 \geq 0$ (۲)

$(a-b+1)^2 \geq 0$ (۳) $(a-b-1)^2 \geq 0$ (۴)

۳۵- اگر $(a, b) = d$ و $[a, b] = c$ باشد، حاصل $([ab, c^2], (a+b, d))$ کدام است؟

$|a+b|$ (۱) $|ab|$ (۲)

c^2 (۳) d (۴)

۳۶- اگر بدانیم هیچ عدد اولی وجود ندارد که هم $10m + \alpha$ و $7m + 2$ را بشمارد، آن‌گاه کدام عدد بر ۷ بخش پذیر است؟

$\alpha + 1$ (۱) $\alpha + 2$ (۲)

$\alpha + 3$ (۳) $\alpha + 4$ (۴)

۳۷- اگر $d = (8a + 2, 8a + 6)$ ، آن گاه مجموعه مقادیر مختلف d کدام است؟

(۱) $\{2\}$

(۲) $\{1, 2, 4\}$

(۳) $\{2, 4\}$

(۴) $\{1, 4\}$

۳۸- اگر $k = 2a + 3b + 5$ و $5 \mid 3a + 2b + 1$ ، آن گاه کوچک ترین مقدار طبیعی k کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۹- چه تعداد از گزاره های زیر مثال نقض دارند؟

(الف) $a \mid b \Rightarrow b \mid a$

(ب) $a \mid b \Rightarrow |a| \leq |b|$

(ج) $a \mid b - c \Rightarrow a \mid b \vee a \mid c$

(د) هر عدد اول نسبت به همه اعداد طبیعی کوچک تر از خودش، اول است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۰- اگر n عددی صحیح و m عددی طبیعی باشد به طوری که $7 \mid 5n + 3$ و $49 \mid 25n^2 + mn + 30$ ، آن گاه مجموع ارقام کوچک ترین

عدد سه رقمی m کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۳

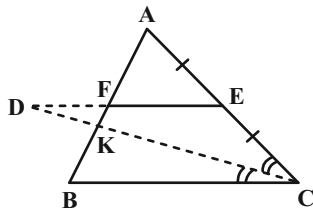
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۶۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- در مثلث ABC شکل زیر، پاره خط ED ، از نقطه E ، وسط ضلع AC ، موازی با قاعده $BC = 4$ رسم شده است و امتداد نیمساز داخلی زاویه C را در نقطه D قطع کرده است. اگر $BK = FD = 2$ ، اندازه پاره خط AF کدام است؟



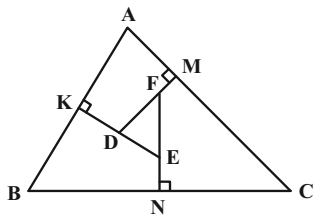
۳ (۱)

۲/۳ (۲)

۳/۵ (۳)

۴ (۴)

۴۲- در مثلث ABC شکل زیر، عمودهای DM ، EK و FN ، به ترتیب بر ضلع‌های AC ، AB و BC رسم شده‌اند. اگر



$BC = 3$ و $AC = 15$ باشد، اندازه EF کدام است؟

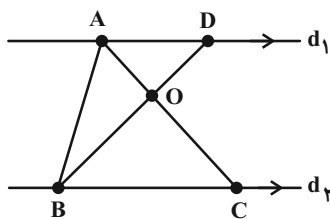
۳ (۱)

۳/۱ (۲)

۳/۲ (۳)

۳/۴ (۴)

۴۳- در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ ، نقطه D روی خط d_1 واقع است. مساحت مثلث ABC برابر ۲۰ و فاصله نقطه C تا پاره خط BD برابر ۴



است. اگر $OD = 4$ باشد، مساحت مثلث AOD کدام است؟

۸ (۱)

۱۶/۳ (۲)

۱۷/۳ (۳)

۷ (۴)

۴۴- در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴، از یک رأس دلخواه بر قطر مقابل عمود می‌کنیم و پای عمود را H می‌نامیم. فاصله نقطه H تا

وسط آن قطر کدام است؟

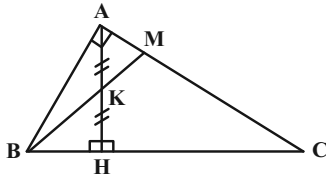
۰/۸ (۲)

۰/۶ (۱)

۰/۵ (۴)

۰/۷ (۳)

۴۵- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ و ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $BH = 8$ و $CH = 18$ و نقطه K وسط AH باشد. اندازه MK کدام است؟



(۱) $\frac{90}{17}$

(۲) $\frac{77}{15}$

(۳) $\frac{68}{13}$

(۴) $\frac{59}{11}$

۴۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $BC = 8$ است. اگر $\hat{B} = 22/5^\circ$ باشد، حاصل $AB \times AC$ کدام است؟

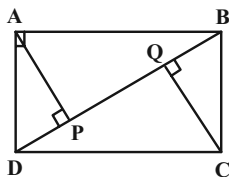
(۴) $32\sqrt{2}$

(۳) $16\sqrt{2}$

(۲) $4\sqrt{2}$

(۱) $8\sqrt{2}$

۴۷- در مستطیل زیر اگر $2AB = \sqrt{5}AD$ باشد، عرض مستطیل چند برابر PQ است؟



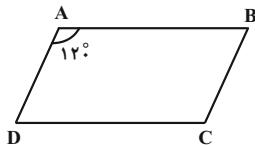
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۴۸- می‌دانیم چهارضلعی حاصل از تقاطع نیمسازهای زاویه‌های داخلی متوازی‌الاضلاع زیر یک مستطیل است. نسبت طول به عرض این مستطیل برابر کدام است؟



(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\sqrt{3}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

۴۹- با افزودن سه رأس به رأس‌های یک n ضلعی منتظم، قطرهای آن دو برابر می‌شود. اندازه هر زاویه خارجی این n ضلعی منتظم کدام است؟

(۲) 40°

(۴) 20°

(۱) 45°

(۳) 30°

۵۰- در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۲ و ۵ و طول هر ساق ۳ واحد است. اگر وسط‌های دو قاعده و وسط‌های قطرهای این دوزنقه را به‌طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، محیط چهارضلعی حاصل کدام است؟

(۲) ۶

(۴) ۱۰

(۱) ۴

(۳) ۸

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۸

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- ترکیب کدام دو تبدیل هندسی زیر، یک تبدیل همانی نیست؟

(۱) دو انتقال با بردارهای \vec{v} و $-\vec{v}$

(۲) دو بازتاب متوالی نسبت به خط d

(۳) دو تجانس متوالی به مرکز O و نسبت (-۱)

(۴) دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه ۹۰° در جهت ساعتگرد

۵۲- تبدیل یافته مربعی به طول ضلع $۲\sqrt{۲}$ تحت تجانس به مرکز O و نسبت k ، مربعی به طول قطر $\sqrt{۲}$ است. مثلث

متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۴ تحت این تجانس به مثلثی با کدام مساحت تبدیل می‌شود؟

(۴) $۲\sqrt{۳}$

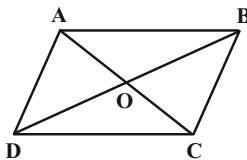
(۳) $\sqrt{۳}$

(۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

(۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۵۳- متوازی‌الاضلاع $ABCD$ در شکل زیر را ابتدا با بردار \overrightarrow{AO} و سپس با بردار \overrightarrow{DO} منتقل می‌کنیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$

حاصل شود. چهارضلعی $A'B'C'D'$ با انتقال با کدام یک از بردارهای زیر بر چهارضلعی $ABCD$ منطبق می‌شود؟



(۱) \overrightarrow{CB}

(۲) \overrightarrow{BD}

(۳) \overrightarrow{CD}

(۴) \overrightarrow{AB}

۵۴- دو دایره $C(O, ۲)$ و $C'(O', ۲)$ با طول خط‌المركزین $OO' = ۶$ مفروض اند. دوران یافته دایره C حول نقطه O' تحت زاویه

۹۰° را دایره C'' می‌نامیم. شعاع کوچک‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره C و C'' مماس باشد، کدام است؟

(۴) $۲ - \sqrt{۲}$

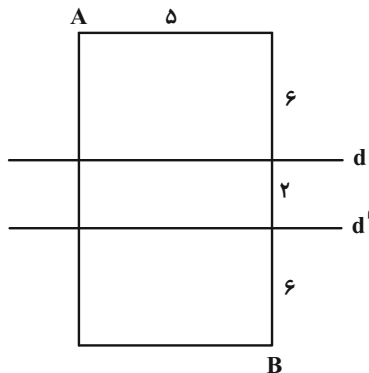
(۳) $۳\sqrt{۲} - ۳$

(۲) $۳\sqrt{۲} - ۲$

(۱) $۲\sqrt{۲} - ۲$

۵۵- در شکل زیر A و B دو رأس از یک مستطیل هستند. در حرکت از A به B ، اگر بخواهیم مسیر بین دو خط موازی d و d' ،

عمود بر آن دو خط باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن کدام است؟ (خطوط d و d' موازی عرض‌های مستطیل هستند.)



(۱) ۱۹

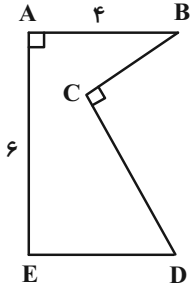
(۲) ۱۷

(۳) ۱۵

(۴) ۱۳

۵۶- مطابق شکل زیر قطعه زمینی به صورت پنج ضلعی $ABCDE$ مفروض است. اگر $ABDE$ مستطیل و $\hat{BDC} = 30^\circ$ باشد و بخواهیم با استفاده از تبدیل هندسی مناسب و بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع این چندضلعی، مساحت آن را افزایش دهیم،

حداکثر مقدار این افزایش مساحت کدام است؟



- (۱) ۹
(۲) $9\sqrt{3}$
(۳) ۱۸
(۴) $18\sqrt{3}$

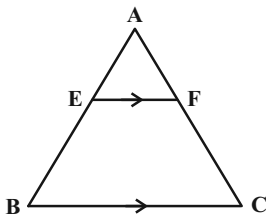
۵۷- مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، با اضلاع $AC = 8$ و $AB = 6$ مفروض است. به کمک انتقالی به اندازه AD ، مثلث ABC را منتقل می‌کنیم. مساحت بین مثلث و مثلث انتقال یافته کدام است؟ (D نقطه همرسی نیمسازهای داخلی مثلث ABC است)

- (۱) $\frac{25}{4}$ (۲) $\frac{25}{2}$ (۳) $\frac{25}{3}$ (۴) $\frac{25}{6}$

۵۸- نقطه $A(2, 5)$ و خط $d: y = 1$ مفروض است. بازتاب نقطه A نسبت به خط d را A' می‌نامیم. اگر تصویر نقطه A تحت دوران به مرکز نقطه A' و به زاویه 120° را A'' بنامیم، اندازه پاره خط AA'' چقدر است؟

- (۱) $8\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $10\sqrt{3}$

۵۹- دو مثلث متساوی الاضلاع به اضلاع ۱ و ۴ مطابق شکل مفروض اند. اگر $BC \parallel EF$ ، فاصله مرکز تجانس مستقیم تا مرکز تجانس معکوس BC و EF چقدر است؟



- (۱) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
(۲) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$
(۳) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
(۴) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

۶۰- نقاط $A(-1, 3)$ ، $B(0, 4)$ و $C(3, a)$ مفروض اند. به ازای کدام مقدار a مثلث ABC کمترین محیط را دارد؟

- (۱) $\frac{25}{7}$ (۲) $\frac{10}{7}$ (۳) $\frac{15}{7}$ (۴) $\frac{30}{7}$

دوازدهم رياضي

دفتريچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۵ آبان ۱۴۰۲

آزمون اختصاصي
گروه آزمایشي علوم رياضي و فني

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخ گویی |
|------|--------------|------------|----------|----------|---------------|
| ۱ | فیزیک ۳ | ۲۰ | ۶۱ | ۸۰ | ۳۰ دقیقه |
| ۲ | فیزیک ۱ | ۱۰ | ۸۱ | ۹۰ | ۱۵ دقیقه |
| | فیزیک ۲ | | ۹۱ | ۱۰۰ | |
| ۳ | شیمی ۳ | ۱۰ | ۱۰۱ | ۱۱۰ | ۱۰ دقیقه |
| ۴ | شیمی ۱ | ۱۰ | ۱۱۱ | ۱۲۰ | ۱۰ دقیقه |
| | شیمی ۲ | | ۱۲۱ | ۱۳۰ | |



آزمون « ۵ آبان ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

| نام درس | تعداد سؤال | شماره سؤال | زمان پاسخ گویی |
|----------|------------|------------|----------------|
| فیزیک ۳ | ۲۰ | ۶۱-۸۰ | ۳۰' |
| زوج کتاب | ۱۰ | ۸۱-۹۰ | ۱۵' |
| | | ۹۱-۱۰۰ | |
| شیمی ۳ | ۱۰ | ۱۰۱-۱۱۰ | ۱۰' |
| زوج کتاب | ۱۰ | ۱۱۱-۱۲۰ | ۱۰' |
| | | ۱۲۱-۱۳۰ | |
| جمع کل | ۵۰ | ۶۱-۱۳۰ | ۶۰' |

پدیدآورندگان

| نام درس | نام طراحان | اختصاصی |
|---------|---|---------|
| فیزیک | زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-فرشید رسولی-معصومه شریعت ناصری-مریم شیخ-موسا شایلا شیرزادی-علی عاقلی-عبداله فقه زاده-مصطفی کیانی-علی گل محمدی-رامشه محمد-مقدم محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیده ملیحه میر صالحی-مجتبی نکوتیان | |
| شیمی | عین اله ابوالفتحی-مجتبی اسدزاده-علی امینی-محمد آخوندی-قادر باخاری-جعفر بازوکی-محمد رضا جمشیدی-حلما حاجی نقی-مرتضی خوش کیش-حمید ذبحی-حسن رحمتی کوکنده-سینا رضادوست-علی رفیعی-حسین زارعی-پاشایی-مرتضی زارعی-امیر محمد سعیدی-رضا سلیمانی-منصور سلیمانی-ملکان-سیدصدرا عادل-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-محمد فائز نیا-علی مجیدی-امیر حسین معروفی-سجاد نقی | |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | فیزیک | شیمی |
|--------------------------------|--|---|
| گزینشگر | مصطفی کیانی | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی | امیر رضا حکمت نیا امیر حسین مسلمی |
| ویراستار استاد | امیر حسین برادران | محمد حسن محمدزاده مقدم |
| بازبینی نهایی رتبه های برتر | کیارش صانعی حسین بصیرتر کمپور | ماهان زواری حلما حاجی نقی احسان پنجه شاهی |
| مسئول درس | محمد ساکی | ایمان حسین نژاد |
| مستند سازی | علیرضا همایون خواه | سمیه اسکندری |

گروه فنی و تولید

| | |
|-----------------------|----------------|
| مهرداد ملوندی | مدیر گروه |
| نرگس غنی زاده | مسئول دفتر چه |
| مدیر گروه: محیا اصغری | گروه مستندسازی |
| فرزانه فتح اله زاده | حروف نگار |
| سوران نعیمی | ناظر چاپ |

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب، بین صیبا و قلمسازین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست (تا پایان حرکت با سرعت ثابت): صفحه‌های ۱ تا ۱۵

۶۱- متحرکی از مبدأ مکان در جهت مثبت محور x به راه می‌افتد و در کل مسیر حرکت، مسافت پیموده شده توسط متحرک پنج برابر اندازه جابه‌جایی آن است و متحرک در طول مسیر تنها یک بار تغییر جهت داده است. فاصله نقطه آغاز حرکت تا نقطه تغییر جهت چند برابر فاصله نقطه پایانی حرکت تا نقطه تغییر جهت است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$

۶۲- ذره‌ای بر روی خط راست از مکان $\vec{r}_A = (2m)\vec{i} + (1m)\vec{j}$ به مکان $\vec{r}_B = (-2m)\vec{i} + (1m)\vec{j}$ در یک جهت می‌رود و سپس در یک مسیر مستقیم دیگر از مکان \vec{r}_B بدون تغییر جهت به مکان $\vec{r}_C = (-2m)\vec{i} + (-2m)\vec{j}$ جابه‌جا می‌شود. در جابه‌جایی از مکان \vec{r}_A تا مکان \vec{r}_C ، مسافت طی شده چند برابر اندازه جابه‌جایی است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۶۳- متحرکی $\frac{1}{3}$ مسیر خود را با سرعت ثابت $\frac{24}{s} m$ و $\frac{1}{4}$ آن را با سرعت ثابت $\frac{12}{s} m$ و مابقی را با سرعت ثابت $\frac{8}{s} m$ طی می‌کند. سرعت متوسط این متحرک تقریباً چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $\frac{13}{1}$ (۲) $\frac{16}{2}$

(۳) $\frac{19}{3}$ (۴) $\frac{21}{7}$

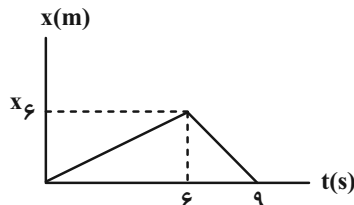
۶۴- در شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، رسم شده است. نسبت اندازه سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه دوم به اندازه سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه سوم حرکت برابر با کدام گزینه است؟

(۱) ۳

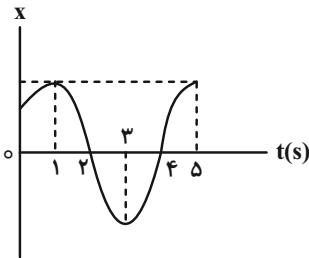
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{1}{2}$



۶۵- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد



حرکت این متحرک در بازه زمانی صفر تا ۵s درست است؟

الف) جهت حرکت متحرک ۳ بار عوض شده است.

ب) جهت سرعت متوسط متحرک خلاف جهت محور x است.

پ) جهت بردار مکان متحرک ۲ بار عوض شده است.

ت) متحرک در مجموع ۳ ثانیه در جهت محور x حرکت کرده است.

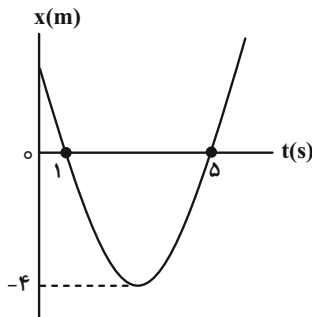
(۱) الف، ب و پ

(۲) ب و پ

(۳) پ و ت

(۴) الف، پ و ت

۶۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند به صورت سهمی زیر است. تندی متوسط این متحرک در دو ثانیه



دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

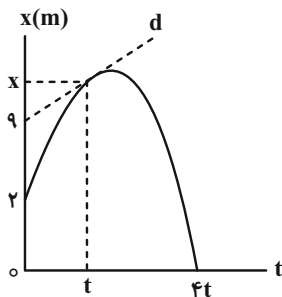
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۱/۵

(۴) ۲

۶۷- در نمودار مکان- زمان شکل زیر، سرعت در لحظه t، دو برابر اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا لحظه ۴t است. سرعت



متوسط در بازه زمانی صفر تا t چند برابر سرعت متوسط در بازه زمانی t تا ۴t است؟

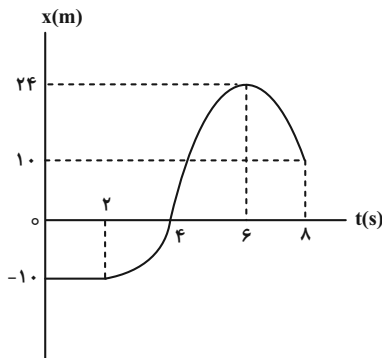
(۱) -۱۶

(۲) ۱۶

(۳) -۲/۴

(۴) ۲/۴

۶۸- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x حرکت می‌کند. کدام گزینه در مورد این متحرک



نادرست است؟

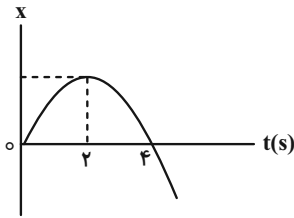
(۱) مسافت طی شده در بازه زمانی ۴s تا ۸s برابر ۳۸m است.

(۲) در لحظه $t = 7s$ سرعت متحرک منفی است.

(۳) در لحظه $t = 5s$ شتاب متحرک منفی است.

(۴) در ۲ ثانیه اول حرکت ۲۰m جابه‌جا شده است.

۶۹- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر در بازه زمانی ۲s تا ۴s اندازه شتاب متوسط متحرک $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ باشد، سرعت



آن در لحظه $t = 4s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۶

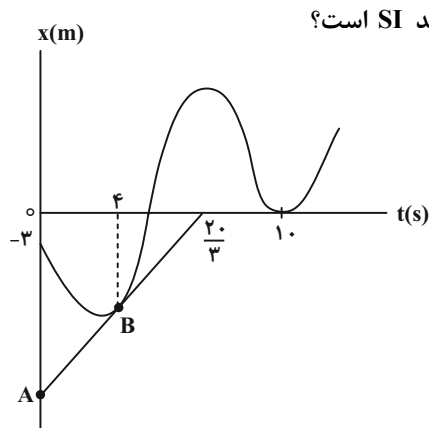
(۲) -۴

(۳) -۶

(۴) ۴

۷۰- در شکل زیر، پاره خط AB در نقطه B بر نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می کند، مماس شده است. اگر

اندازه سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظه $t = 4s$ ، برابر با $\frac{1}{25} \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط و سرعت متوسط



متحرک در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 10s$ به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟

(۱) $\frac{4}{5}, \frac{1}{3}$

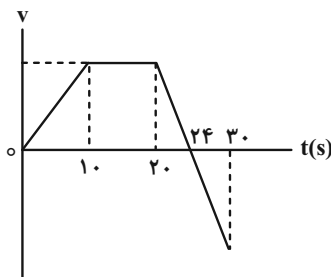
(۲) $\frac{4}{3}, \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{4}{5}, -\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}$

۷۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی صفر

تا ۲۰s چند برابر بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی ۱۰s تا ۳۰s است؟



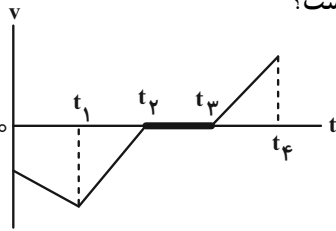
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) ۰/۴

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) ۰/۲

۷۲- نمودار سرعت- زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی صفر تا t_4 مطابق شکل زیر است. کدام



گزینه در مورد نوع حرکت و جهت آن در هر بازه زمانی به ترتیب از راست به چپ درست است؟

(۱) تندی در جهت منفی افزایش می‌یابد- تندی در جهت مثبت کاهش می‌یابد- سکون در

مکان مثبت- تندی در جهت مثبت افزایش می‌یابد.

(۲) تندی در جهت منفی کاهش می‌یابد- تندی در جهت مثبت افزایش می‌یابد- سکون در

مکان منفی- تندی در جهت مثبت افزایش می‌یابد.

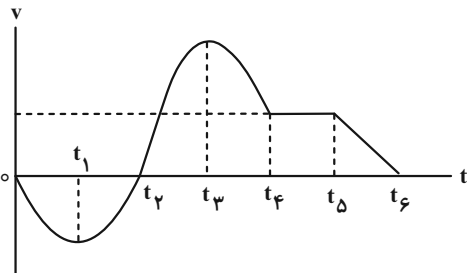
(۳) تندی در جهت منفی افزایش می‌یابد- تندی در جهت منفی کاهش می‌یابد- سکون در مکان مثبت یا منفی- تندی در جهت مثبت

افزایش می‌یابد.

(۴) تندی در جهت منفی کاهش می‌یابد- تندی در جهت منفی افزایش می‌یابد- سکون در مکان مثبت یا منفی- تندی در جهت مثبت

افزایش می‌یابد.

۷۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد



این حرکت درست است؟

(الف) در بازه زمانی t_4 تا t_5 حرکت یکنواخت است.

(ب) در بازه زمانی صفر تا t_6 شتاب حرکت سه مرتبه از مقدار غیر صفر به

صفر تغییر کرده است.

(پ) در بازه زمانی t_5 تا t_6 آهنگ تغییر سرعت، مثبت است.

(ت) آهنگ تغییر سرعت در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 ثابت و

مساوی است.

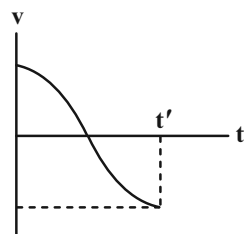
۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۷۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. کدام یک از عبارتهای زیر در



مورد این متحرک در بازه زمانی صفر تا t' صحیح است؟

(الف) شتاب ابتدا مثبت و سپس منفی است.

(ب) تندی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(پ) اندازه شتاب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(ت) شتاب متوسط متحرک منفی است.

۴) پ و ت

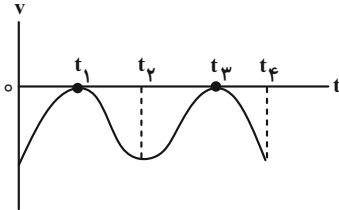
۳) الف و پ

۲) ب و ت

۱) الف و ب

۷۵- نمودار سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا t_4 به ترتیب از راست به چپ چند بار جهت حرکت

این متحرک تغییر کرده است و چند بار شتاب آن صفر شده است؟



(۱) ۳، ۳

(۲) صفر، ۳

(۳) صفر، صفر

(۴) ۳، صفر

۷۶- متحرکی در لحظه $t = 0$ از مکان $x = 25 \text{ m}$ با سرعت ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در خلاف جهت محور x حرکت می کند. در چه لحظه ای

بر حسب ثانیه بردار مکان این متحرک تغییر جهت می دهد؟

(۲) ۲/۵

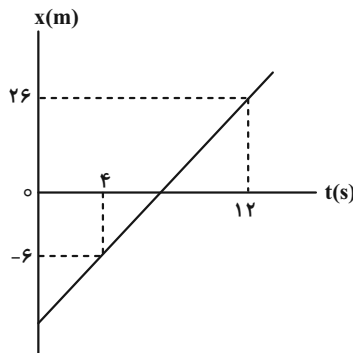
(۱) ۱۰

(۴) بردار مکان در هیچ لحظه ای تغییر جهت نمی دهد.

(۳) ۵

۷۷- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند به صورت زیر است. چند ثانیه پس از لحظه تغییر جهت بردار مکان،

بردار مکان آن به صورت $\vec{x} = 14\vec{i}$ خواهد شد؟



(۱) ۴/۵

(۲) ۴

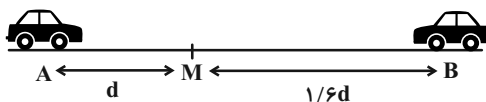
(۳) ۳/۵

(۴) ۳

۷۸- مطابق شکل زیر، دو متحرک در مبدأ زمان با سرعت ثابت و در خلاف جهت یکدیگر از نقاط A و B عبور می کنند. اگر دو

متحرک پس از 4 s در نقطه M از کنار هم عبور کنند، متحرک سریع تر چند ثانیه زودتر از متحرک دیگر به انتهای مسیر AB

می رسد؟



(۱) ۰/۶

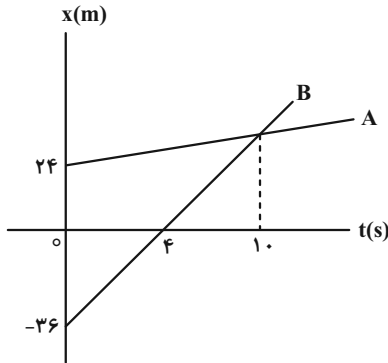
(۲) ۳/۹

(۳) ۴

(۴) ۰/۱۵

۷۹- نمودار مکان- زمان حرکت دو متحرک که با سرعت ثابت روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. هنگامی که

فاصله دو متحرک از هم، ۲۴ متر است، متحرک A در چه مکانی بر حسب متر می‌تواند قرار داشته باشد؟



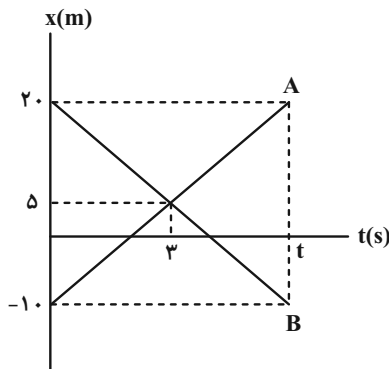
۵ (۱)

۴۴ (۲)

۴۲ (۳)

۳۶ (۴)

۸۰- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B در شکل زیر داده شده است. چند جمله از جملات زیر در مورد این دو متحرک قطعاً



درست است؟ ($t > 6(s)$)

الف) تندی متوسط دو متحرک با هم برابر است.

ب) سرعت متوسط دو متحرک با هم برابر است.

پ) جابه‌جایی دو متحرک در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه، با هم برابر است.

ت) اندازه جابه‌جایی هر دو متحرک در بازه زمانی صفر تا t برابر است.

ث) اندازه سرعت متوسط متحرک B در بازه زمانی صفر تا ۲s نصف اندازه سرعت

متوسط آن در بازه زمانی ۲s تا ۶s است.

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

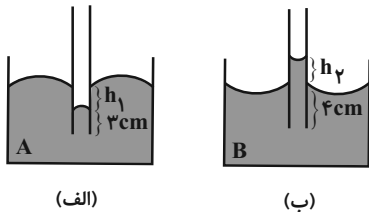
۸۱- مطابق شکل دو لوله مویین شیشه‌ای مشابه، هر یک به طول 10 cm درون دو مایع A و B قرار دارند. کدام یک از موارد زیر درست هستند؟ ($h_1 = h_2 = 2\text{ cm}$)

الف) اگر مایع A را روی سطح شیشه تمیز بریزیم، به صورت قطره‌های کروی قرار می‌گیرد.

ب) اگر لوله داخل مایع A را 1 cm بالا بیاوریم h_1 نصف می‌شود.

پ) اگر قطر مقطع لوله داخل مایع B را دو برابر کنیم، h_2 تغییر نمی‌کند.

ت) اگر لوله داخل مایع B را 2 cm پایین ببریم، h_2 تغییر نمی‌کند.



الف و ت

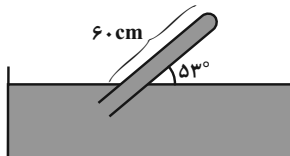
الف و ب

پ و ت

ب و پ

۸۲- لوله‌ای پر از جیوه مطابق شکل زیر در تحت جیوه قرار دارد. اگر حداکثر نیروی قابل تحمل توسط ته لوله از طرف جیوه $40/8\text{ N}$ باشد، چند سانتی‌متر دیگر می‌توان لوله را در تحت فرو برد تا لوله نشکند؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } \sin 53^\circ = 0/8, \rho_{\text{Hg}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, A_{\text{لوله}} = 10 \text{ cm}^2, P_0 = 1/0064 \times 10^5 \text{ Pa})$$



۵ (۱)

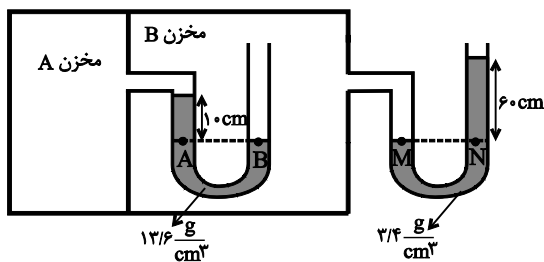
۲ (۲)

۴ (۳)

۳/۲ (۴)

۸۳- در شکل زیر، مایع‌های درون لوله‌های U شکل در حال تعادل هستند. در این حالت، فشار پیمانه‌ای گاز در مخزن A بر حسب

کیلو پاسکال کدام است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



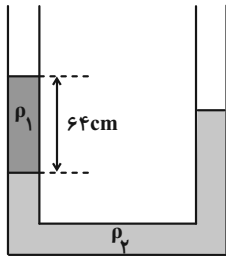
۶۸ (۱)

۸/۶ (۲)

۸۶ (۳)

۶/۸ (۴)

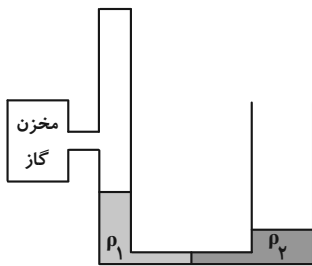
۸۴- در لوله شکل زیر، دو مایع مخلوط نشدنی ρ_1 و ρ_2 در تعادل هستند. اگر در شاخه سمت راست مقداری مایع با چگالی $\rho_3 = 0.8 \frac{g}{cm^3}$ بریزیم سطح مایع ρ_1 و ρ_2 برابر می شود. ارتفاع مایع ρ_2 در شاخه سمت راست چند سانتی متر تغییر



می کند؟ ($\rho_1 = 1 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_2 = 1/6 \frac{g}{cm^3}$ و سطح مقطع لوله در دو طرف یکسان است.)

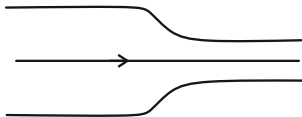
- (۱) ۱۶
(۲) ۸
(۳) ۲۴
(۴) ۱۲

۸۵- در شکل زیر، سطح مقطع لوله در شاخه سمت چپ $3cm^2$ و در شاخه سمت راست $6cm^2$ و قطر لوله ها در محل اتصال بسیار باریک است. اگر جرم هر یک از مایع های ρ_1 و ρ_2 ۳۰ گرم باشد، فشار پیمانه ای گاز درون مخزن، چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۵۰۰
(۲) -۵۰۰
(۳) ۲۵۰
(۴) -۲۵۰

۸۶- در شکل زیر، آب به صورت پیوسته در لوله جاری است. قطر مقطع بزرگ $13/6cm$ و تندی شارش آب از این مقطع $5 \frac{m}{s}$ است. اگر قطر مقطع کوچک $6/8cm$ باشد، تندی شارش آب در خروج از این مقطع چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۲۰
(۲) ۱۰
(۳) ۲
(۴) ۱

۸۷- مطابق شکل زیر، در لوله ای افقی با سطح مقطع متغیر، جریان لایه ای و پایا از یک شاره برقرار است. اگر سطح مقطع قسمت پهن تر چهار برابر سطح مقطع قسمت باریک تر باشد ($A_2 = 4A_1$)، در این صورت در مورد مقایسه تندی و فشار شاره در این دو مقطع کدام گزینه الزاماً درست است؟

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{4} \text{ (ت)}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{4} \text{ (پ)}$$

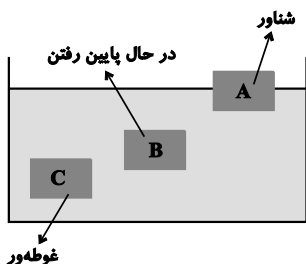
$$\frac{P_2}{P_1} = 4 \text{ (ب)}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 4 \text{ (الف)}$$



- (۱) الف و ت
(۲) ب و پ
(۳) فقط الف
(۴) فقط پ

۸۸- در شکل زیر، سه جسم A، B و C با وزن برابر، در حالت‌های مختلف درون آب قرار گرفته‌اند. کدام گزینه رابطه بین چگالی‌ها و نیروی شناوری آن‌ها را به درستی نشان می‌دهد؟ (F_C و F_B ، F_A) به ترتیب نیروهای شناوری اجسام A، B و C و ρ_B ، ρ_A و ρ_C و ρ_C به ترتیب چگالی‌های اجسام A، B و C می‌باشند).



(۱) $F_A = F_C > F_B$ و $\rho_B < \rho_C < \rho_A$

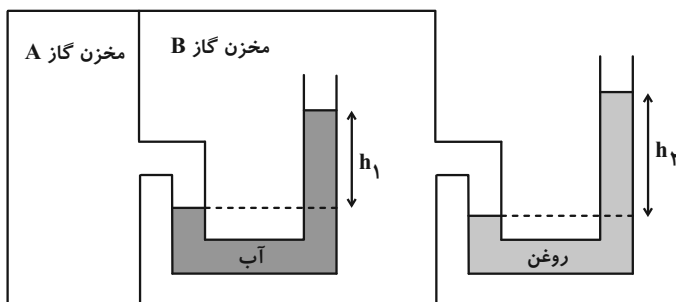
(۲) $F_B > F_C > F_A$ و $\rho_B > \rho_C > \rho_A$

(۳) $F_A < F_C < F_B$ و $\rho_C = \rho_A < \rho_B$

(۴) $F_A = F_C > F_B$ و $\rho_B > \rho_C > \rho_A$

۸۹- در شکل زیر، مایع‌ها در حال تعادل و فشار پیمانه‌ای مخزن گاز A برابر $10^4 \times 392 \text{ Pa}$ می‌باشد. اگر مقدار h_1 ، ۲۰ درصد

بیشتر از h_1 باشد، آن‌گاه h_2 چند سانتی‌متر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۲۰

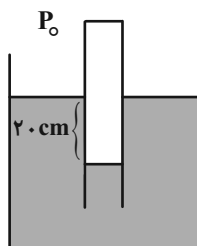
(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۸

۹۰- مطابق شکل لوله قائمی که مساحت قاعده آن 2 cm^2 است به صورت وارونه درون مایعی قرار دارد. اگر فشار گاز درون لوله نیروی

$21/76 \text{ N}$ را بر ته لوله وارد کند، چگالی مایع چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $P_0 = 75 \text{ cmHg}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۳/۴

(۲) ۲/۴

(۳) ۱/۷

(۴) ۰/۸۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتریسیته ساکن، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- فاصله بین صفحات خازنی را سه برابر و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه آن را دو برابر می‌کنیم. بار الکتریکی روی هر یک از صفحات خازن چند برابر می‌شود؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$

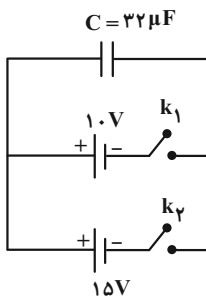
(۳) ۲ (۴) $\frac{4}{3}$

۹۲- فاصله دو صفحه یک خازن تخت از یکدیگر ۷ میلی‌متر است و بین آن‌ها هوا وجود دارد. در حالی که دو سر این خازن به دو سر یک باتری متصل است، فاصله بین دو صفحه آن را چند میلی‌متر و چگونه تغییر دهیم تا انرژی ذخیره شده در خازن ۴۰ درصد افزایش پیدا کند؟

(۱) ۵، کاهش (۲) ۵، افزایش

(۳) ۲، کاهش (۴) ۲، افزایش

۹۳- در شکل زیر ابتدا خازن خالی است. کلید k_1 را می‌بندیم. پس از پُر شدن خازن کلید k_1 را قطع و سپس کلید k_2 را وصل می‌کنیم. در این حالت چه تعداد الکترون بین دو صفحه خازن جابه‌جا می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)



(۱) 10^{14}

(۲) 10^{15}

(۳) 2×10^{15}

(۴) 3×10^{15}

۹۴- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) حضور دی‌الکتریک در خازن، احتمال فروریزش الکتریکی را افزایش می‌دهد.

(ب) فروریزش الکتریکی باعث ایجاد مسیرهای رسانشی سرخس شکلی در دی‌الکتریک می‌شود.

(پ) در فروریزش الکتریکی، تعدادی از الکترون‌های اتم‌های ماده دی‌الکتریک کنده شده و مسیرهای رسانایی را درون آن ایجاد می‌کند.

(ت) دو خازن مشابه A و B را که توسط دو مولد یکسان باردار شده‌اند، از مولدهایشان جدا می‌کنیم و سپس فاصله بین صفحات خازن B را نصف می‌کنیم. اگر صفحات هر دو خازن را به هم متصل کنیم، جرقه حاصل از خازن B ضعیف‌تر از جرقه حاصل از خازن A می‌شود.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۹۵- بار الکتریکی باتری یک خودرو، $9/6 \times 10^4$ میکروآمپر-ساعت و ولتاژ آن ۳۶۰۰ میلی‌ولت است. اگر این باتری را به یک مقاومت

۱/۸ اهمی ببندیم، چند دقیقه طول می‌کشد تا باتری خالی شود؟

۱۷۲/۸ (۱)

۵/۷۶ (۲)

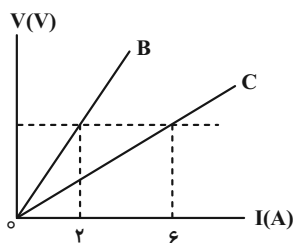
۶ (۳)

۲/۸۸ (۴)

۱۲۵

۹۶- در شکل زیر، نمودار اختلاف پتانسیل دو سر دو رسانای B و C که هم‌جنس می‌باشند، برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها

رسم شده است. اگر سطح مقطع دو رسانا برابر باشد، طول رسانای B چند برابر طول رسانای C می‌باشد؟ (دما ثابت است).



۱ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۹۷- دو سیم هم‌جنس و هم‌جرم A و B را در اختیار داریم. قطر مقطع سیم B، $\sqrt{2}$ mm و مقاومت الکتریکی آن ۳۶ درصد کمتر از

مقاومت الکتریکی سیم A است. قطر مقطع سیم A چند میلی‌متر است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۹۸- دو سیم هم طول A و B، در یک دمای معین، دارای مقاومت الکتریکی مساوی اند. اگر جرم سیم B، ۶ برابر جرم سیم A و مقاومت ویژه

آن، ۲ برابر مقاومت ویژه A باشد، چگالی فلز A چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟ $(\rho_B = 9 \frac{g}{cm^3})$

(۱) ۳ (۲) ۶

(۳) ۲ (۴) $\frac{4}{3}$

۹۹- مقاومت الکتریکی یک سیم در دمای $20^\circ C$ برابر 50Ω است. مقاومت این سیم در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس برابر

52Ω است؟ (ضریب دمایی مقاومت سیم $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ است.)

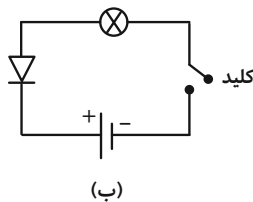
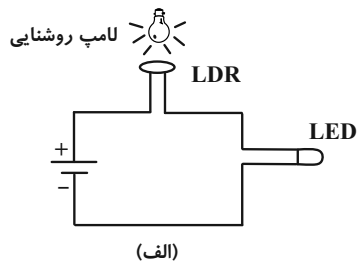
(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۰

(۳) ۲۰۰ (۴) ۸۰

۱۰۰- شکل (الف) یک مدار ساده متشکل از یک LDR، یک باتری و یک لامپ LED و شکل (ب) یک مدار ساده شامل یک دیود،

باتری، یک لامپ و کلید قطع و وصل را نشان می دهند. در مدار شکل (الف) با افزایش روشنایی لامپ، شدت نور لامپ LED

..... می یابد. در شکل (ب) با بستن کلید، جریان از مدار عبور و لامپ



(۱) کاهش - نمی کند - خاموش می ماند

(۲) افزایش - می کند - روشن می شود

(۳) افزایش - نمی کند - خاموش می ماند

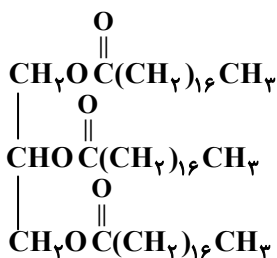
(۴) کاهش - می کند - روشن می شود

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا انتهای pH مقیاسی برای اسیدی بودن): صفحه‌های ۱ تا ۲۸

۱۰۱- همه گزینه‌های زیر درست هستند، به جز ...

- (۱) وبا از جمله بیماری‌های واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود.
- (۲) امید به زندگی شاخصی است که نشان می‌دهد انسان‌ها به‌طور میانگین چند سال در جهان زندگی می‌کنند.
- (۳) میزان امید به زندگی در نواحی توسعه‌یافته بیشتر از نواحی کمتر توسعه‌یافته است.
- (۴) در ۶۰ سال گذشته، پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از نواحی کم‌برخوردار بوده است.



۱۰۲- با توجه به ساختار روبه‌رو چند مورد از عبارتهای زیر، درست هستند؟

(آ) فرمول مولکولی اسید چرب سازنده آن $\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2$ است.

(ب) در ساختار مولکول آن شش پیوند $\text{C}-\text{O}$ وجود دارد.

(پ) از واکنش هر مول از آن با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، ۳ مول صابون به‌دست می‌آید.

(ت) بین مولکول‌های این ترکیب، همانند مولکول‌های $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$ ، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۰۳- کدام گزینه، جاهای خالی عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

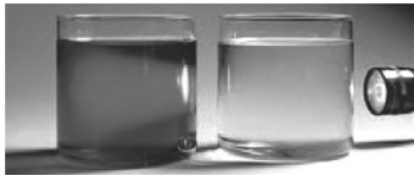
«استر بلند زنجیر سه عاملی A دارای ۶۰ اتم کربن بوده و تمام پیوندهای کربن-کربن در آن به‌صورت یگانه است. جرم مولی این استر برابر

..... گرم بر مول است و در اثر واکنش این استر با مقدار کافی سدیم هیدروکسید، صابون با فرمول شیمیایی تولید می‌شود.»

($\text{O} = 16$ و $\text{C} = 12$ ، $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})



۱۰۴- با توجه به شکل زیر، کدام موارد از عبارات‌های زیر، درست هستند؟



مخلوط (۱) مخلوط (۲)

الف) مخلوط (۱) برخلاف مخلوط (۲)، همگن است.

ب) مخلوط (۱) را می‌توان همانند پلی میان محلول‌ها و سوسپانسیون‌ها در نظر گرفت.

پ) مخلوط شماره (۲) همانند شیر، ژله و سس مایونز می‌تواند جزو کلوئیدها باشد.

ت) مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده از نظر اندازه ذره‌های تشکیل دهنده همانند مخلوط (۱) است.

(۱) الف، پ (۲) الف، ت

(۳) ب، پ (۴) ب، ت

۱۰۵- غلظت ppm یون هیدرونیوم در محلول 0.003 مول برلیتر HA با $pH = 3/2$ به تقریب کدام است؟ (چگالی محلول برابر

$1/2$ گرم بر میلی‌لیتر است.) ($H = 1: g \cdot mol^{-1}$ ، $A = 59$ و $O = 16$) ($\log 2 \approx 0.3$, $\log 3 \approx 0.5$)

(۱) $4/5$ (۲) 3

(۳) $9/5$ (۴) 0.5

۱۰۶- اگر به یک میلی‌لیتر محلول 0.01 مولار استیک اسید در دمای ثابت، مقدار 3 میلی‌لیتر آب خالص اضافه کنیم، درجه یونش آن

چند برابر خواهد شد و مقدار تغییر pH در این فرایند در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به

چپ بخوانید؛ $mol \cdot L^{-1} = 1/8 \times 10^{-5}$ (استیک اسید) K_a) ($\log 2 \approx 0.3$ ، $\log 3 \approx 0.5$)

(۱) 0.3 ، 4 (۲) 0.5 ، 4

(۳) 0.3 ، 2 (۴) 0.5 ، 2

۱۰۷- در دو ظرف جداگانه ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۱ مولار HCl و ۱۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۲ مولار HBr در اختیار داریم. pH

محلول کدام اسید بیشتر است و اختلاف pH این دو محلول کدام است؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

(۱) محلول HCl ، ۰/۷ (۲) محلول HBr ، ۰/۳

(۳) محلول HCl ، ۰/۳ (۴) محلول HBr ، ۰/۷

۱۰۸- در دمای ثابت 25°C دانش آموزی به یک لیتر آب مقدار ۰/۹۴g اسید HA اضافه کرده است. اگر غلظت تعادلی یون هیدرونیوم برابر با

4×10^{-3} مول بر لیتر باشد، ثابت تعادل این اسید کدام است و نسبت مقدار pH این محلول به غلظت یون هیدروکسید در آن کدام است؟

(از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید؛ $A = 46 : \text{g.mol}^{-1}$ ، $H = 1$) ($\log 2 \approx 0.3$)

(۱) $9/6 \times 10^{12}$ ، $4/5 \times 10^{-4}$ (۲) $9/6 \times 10^{12}$ ، 10^{-3}

(۳) $9/6 \times 10^{11}$ ، 10^{-3} (۴) $9/6 \times 10^{11}$ ، $4/5 \times 10^{-4}$

۱۰۹- کدام گزینه، جاهای خالی موجود در عبارت زیر را به درستی تکمیل می کند؟ ($\log 2 \approx 0.3$ ، $\log 7 \approx 0.85$)

«با افزودن ۳۰ میلی لیتر آب مقطر به میلی لیتر محلول ۰/۰۱ مولار HI ، pH محلول اسید واحد

..... می یابد.»

(۱) ۷۰ ، ۰/۸۵ ، کاهش (۲) ۲۰ ، ۰/۴ ، افزایش

(۳) ۲۰ ، ۰/۴ ، کاهش (۴) ۷۰ ، ۰/۸۵ ، افزایش

۱۱۰- pH محلولی از هیدروسیانیک اسید با ثابت تعادل $K_a = 4/8 \times 10^{-10} \text{ mol.L}^{-1}$ برابر با ۵/۴ می باشد. درصد یونش و نسبت غلظت

یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم در دمای اتاق در محلول این اسید کدام است؟ (گزینه ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\log 2 \approx 0.3$)

(۱) $1/25 \times 10^{-5}$ ، ۰/۱۲ (۲) $6/25 \times 10^{-4}$ ، ۰/۰۱۲

(۳) $6/25 \times 10^{-4}$ ، ۰/۱۲ (۴) $1/25 \times 10^{-5}$ ، ۰/۰۱۲

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۴۴

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- کدام یک از عبارتهای زیر، نادرست است؟

- ۱) در طیف نشری خطی هیدروژن، هرچه به سمت موجهای پر انرژی تر می‌رویم، فاصله بین نوارهای مرئی، کاهش می‌یابد.
- ۲) هنگام بازگشت الکترون از لایه $n = 5$ به لایه $n = 2$ ، ۳ خط طیفی می‌تواند ایجاد شود.
- ۳) سطح انرژی لایه $n = 2$ در اتمهای هیدروژن و هلیوم یکسان نبوده و به عدد اتمی این دو عنصر وابسته است.
- ۴) احتمال یافتن الکترون یک لایه خاص، با بررسی بخش پرنرنگ‌تر در شکل ساختار لایه‌ای، بیشتر از سایر نقاط است.

۱۱۲- کدام گزینه، نادرست است؟

- ۱) شمار زیرلایه‌های با $n + l = 7$ در یک اتم، دو برابر شمار زیرلایه‌های با $n + l = 3$ است.
- ۲) رنگ حاصل از آزمایش شعله لیتیم سولفات مشابه رنگ تابلوهای ساخته شده از دومین گاز نجیب جدول تناوبی است.
- ۳) شمار الکترونهای ظرفیت اتم ${}_{32}\text{Ge}$ ، با تعداد زیرلایه‌های پر شده در آرایش الکترونی اتم ${}_{28}\text{Ni}$ برابر است.
- ۴) در میان نخستین عنصر دسته p و ششمین عنصر دسته d ، 20 عنصر در جدول دوره‌ای قرار دارند.

۱۱۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- آ) فاصله دو قله متوالی در نمودار موج نور حاصل از ششوار صنعتی کمتر از این فاصله در نور حاصل از شمع است.
- ب) هر چه طول موج یک نور بلندتر باشد، به هنگام عبور از منشور، به میزان بیشتری منحرف می‌شود.
- پ) در ساختار لایه‌ای اتم، هر چه از هسته دورتر می‌شویم، اختلاف سطح انرژی لایه‌های متوالی، بیشتر می‌شود.
- ت) در یون ${}^{25}\text{Mn}^{2+}$ ، تعداد الکترونهای موجود در سومین لایه الکترونی، ۸ واحد بیش‌تر از تعداد الکترونهای موجود در زیرلایه‌های با $l = 2$ است.

۳ (۱) ۲ (۲)

۱ (۳) ۴ (۴) صفر

 ۱۱۴- تعداد الکترونهای کاتیون در ترکیب یونی MF_3 ، با تعداد الکترونهای عنصر A از گروه پنجم و دوره چهارم جدول تناوبی،

 یکسان است. عبارت کدام گزینه از نظر درستی یا نادرستی مشابه جمله زیر است؟ (نمادهای M و A فرضی هستند.)

 «عدد اتمی عنصر M برابر ۲۶ است و جزو عنصرهای دسته d محسوب می‌شود.»

 ۱) شمار الکترونهای با عدد کوانتومی فرعی $l \geq 1$ در اتم A ، برابر با عدد اتمی یازدهمین عنصر دسته p است.

 ۲) عدد اتمی عنصر A برابر ۲۳ بوده و فرمول شیمیایی اکسید پایدار M می‌تواند به صورت M_2O_3 باشد.

 ۳) مجموع شمار n و l الکترونهای لایه ظرفیت M برابر با ۳۶ است.

 ۴) اگر اختلاف شمار نوترون‌ها در A و M ، برابر ۵ باشد، عدد جرمی M برابر با ۵۶ خواهد بود.

۱۱۵- چند مورد از عبارتهای زیر، نادرست هستند؟

- (آ) در عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های $3s$ ، $3p$ و $3d$ از الکترون پر می‌شوند.
 (ب) انرژی زیرلایه $4f$ از زیرلایه $5d$ کم‌تر و از زیرلایه $6s$ بیشتر است و نخستین بار در دوره ششم به وسیله الکترون اشغال می‌شود.
 (پ) در آخرین زیرلایه آرایش الکترونی اتم چهار عنصر از دوره چهارم جدول دوره‌ای، یک الکترون یافت می‌شود.
 (ت) اختلاف شمار عنصرهای دسته S با عنصرهای دوره سوم جدول دوره‌ای، برابر با ۵ است.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۶- با توجه به جدول زیر، چند مورد از مطالب بیان شده درست‌اند؟ (نمادها فرضی هستند).

| عنصر | A | B | C | D |
|---------------------------|-------------|--------|-------------|--------|
| آرایش الکترونی لایه ظرفیت | $3s^2 3p^4$ | $2s^1$ | $2s^2 2p^3$ | $3s^2$ |

- نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون‌ها در ترکیب حاصل از B و C برابر با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آلومینیم فلئورید است.
- در تشکیل هر مول از ترکیب حاصل از A و D، دو مول الکترون مبادله می‌شود.
- آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصر C به صورت $\cdot \ddot{C} \cdot$ است و با از دست دادن ۵ الکترون، با تشکیل یون پایدار به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل خود می‌رسد.

● عنصر D متعلق به گروه دوم و دوره چهارم جدول تناوبی است و فرمول شیمیایی اکسید آن به صورت DO_2 است.

۴ (۱) ۳ (۲)

۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۷- کدام گزینه، جاهای خالی در عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«کلسیم سولفید منیزیم فسفید یک ترکیب یونی است و اگر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل آن‌ها یکسان باشد، جرم کلسیم سولفید به‌دست آمده به‌تقریب برابر جرم منیزیم فسفید است.» ($Ca = 40$, $S = 32$, $P = 31$, $Mg = 24$: $g \cdot mol^{-1}$)

۱) برخلاف - دوتایی - $1/2$ ۲) برخلاف - سه‌تایی - $1/6$

۳) همانند - سه‌تایی - $1/2$ ۴) همانند - دوتایی - $1/6$

۱۱۸- در جدول زیر شمار الکترون‌های لایه سوم و چهارم در آرایش الکترونی اتم هر عنصر داده شده است. با توجه به این جدول، عبارت کدام گزینه نادرست است؟ (نماد عنصرهای درون جدول زیر فرضی هستند.)

| | | | | | |
|----|----|----|----|---|------------------------------|
| F | E | C | B | A | |
| ۱۸ | ۱۳ | ۱۸ | ۱۸ | ۸ | تعداد الکترون‌های با $n = 3$ |
| ۲ | ۱ | ۷ | ۶ | ۲ | تعداد الکترون‌های با $n = 4$ |

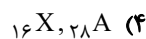
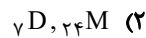
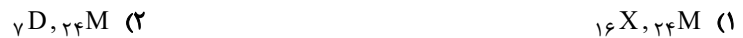
(۱) اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و E با این مقدار در عنصرهای F و B یکسان و برابر با عدد اتمی نخستین عنصر گروه دوم جدول تناوبی است.

(۲) از یکی از عناصر هم گروه عنصر C که در دما و فشار اتاق به صورت گاز دو اتمی است، به عنوان رنگ‌بر و گندزدا استفاده می‌شود.

(۳) نسبت مجموع شمار الکترون‌های با $n = 3$ و $l = 2$ و شمار الکترون (ها) با $n = 4$ و $l = 0$ در عنصر E به عنصر F برابر ۲ است.

(۴) نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در ترکیب حاصل از عنصرهای A و B مشابه این نسبت در ترکیب حاصل از عنصرهای C و ${}_{11}\text{Na}$ است.

۱۱۹- به ترتیب از راست به چپ، در اتم کدام عنصر، شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 1$ ، برابر مجموع شمار الکترون‌های دارای عددهای کوانتومی $l = 0$ یا $l = 2$ است و کدام یک از عنصرها با عنصر اکسیژن، مولکولی سه‌اتمی که نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در آن برابر ۲ است، تولید می‌کند؟ (نماد عنصرها فرضی است.)



۱۲۰- با توجه به داده‌های جدول زیر، کدام گزینه نادرست است؟ (عنصرهای X, E, D و A در دوره چهارم جدول تناوبی جای دارند.)

| یون‌ها | | | | ویژگی‌ها | ردیف |
|--------------|------------------------|------------------------|-----------------|---|------|
| A^- | ${}_{29}\text{D}^{2+}$ | ${}_{33}\text{E}^{2-}$ | X^{3+} | | |
| ۸ | ۱۷ | ۸ | ۱۴ | شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده | I |
| ۱۰ | b | a | ۶ | شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 2$ | II |
| ۲/۲۵ | ۲ | ۲/۲۵ | ۲ | نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 1$ به $l = 0$ | III |

(۱) عدد اتمی عنصر A، برابر مجموع عددهای ردیف دوم جدول بالا است.

(۲) تفاوت عدد اتمی عنصر X با فلز قلیایی هم‌دوره‌اش، برابر ۸ است.

(۳) عنصر E در واکنش با عنصر ${}_{31}\text{M}$ ، ترکیبی با فرمول شیمیایی ME تشکیل می‌دهد.

(۴) بار کاتیون D در ترکیب‌هایش، همانند بار کاتیون پایدار عنصر با عدد اتمی ۱۳ جدول تناوبی در ترکیب‌هایش است.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۵ تا ۴۸

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام مورد، نادرست است؟

- ۱) از آنجا که آهنک استخراج و مصرف یک فلز، با آهنک بازگشت آن به طبیعت یکسان نیست، پس می‌توان گفت فلزها منابعی تجدیدناپذیر هستند.
- ۲) در استخراج فلز تنها درصد کمی از سنگ معدن به فلز تبدیل می‌شود، به طوری که برای استخراج یک تن آهن، تقریباً به ۳ تن مواد اولیه نیاز است.
- ۳) حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.
- ۴) از انرژی ذخیره شده به ازای بازیافت ۷ قوطی فولادی می‌توان یک لامپ ۶۰ وات را حدود ۲۵ ساعت روشن نگه داشت؛ در این صورت برای روشن نگه داشتن ده لامپ ۶۰ وات به مدت ۵ ساعت، باید ۱۴ قوطی فولادی بازیافت شود.

۱۲۲- همه عبارت‌های زیر درست هستند، به جز ...

- ۱) بازیافت فلزها، از جمله آهن، سبب کاهش سرعت گرمایش جهانی و کاهش میزان از بین رفتن گونه‌های زیستی می‌شود.
- ۲) کربن تنها با برقراری پیوند یگانه و دوگانه با سایر عناصرها، ترکیب‌های متنوعی با آنها به وجود می‌آورد.
- ۳) کمتر از ده درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی و ... به کار می‌رود.
- ۴) کربن دارای دگرشکل‌های گرافیت و الماس است که این عنصر در واکنش با عناصری مانند اکسیژن، هیدروژن و نیتروژن، مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها را می‌سازد.

۱۲۳- چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

- الف) امروزه نفت خام دو نقش اساسی ایفا می‌کند، که میزان مصرف آن در نقش نخست حدود ۲ برابر نقش دیگر است.
- ب) اختلاف مجموع شمار پیوندها در گاز عمل‌آورنده و ساده‌ترین هیدروکربن از شمار پیوندهای نخستین عضو خانواده آلکین‌ها، برابر با ۵ است.
- پ) اتم کربن دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود بوده و در ساختار ترکیب‌های خود اغلب فاقد جفت ناپیوندی است.
- ت) نفت خام مخلوطی شامل شمار زیادی از انواع هیدروکربن‌هاست و در آن هیدروکربن‌هایی که دارای چند پیوند دوگانه هستند نیز یافت می‌شود.
- ث) استنشاق آلکان‌ها به دلیل سیرشده بودن، بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی نداشته و تنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

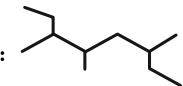
۳ (۲)

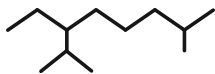
۴ (۱)

۱۲۴- درستی یا نادرستی چند مورد از ترکیب‌های زیر مشابه درستی یا نادرستی عبارت زیر است؟

«گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها، تقریباً برابر با صفر است.»

الف) $(\text{CH}_3)_2\text{CH}(\text{CH}_2)_3\text{CH}_3$ - ۲ متیل هگزان

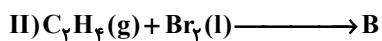
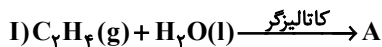
ب)  : ۶- اتیل - ۳، ۵-دی‌متیل هپتان

پ)  : ۸-دی‌متیل اوکتان

ت) $(\text{CH}_3)_2\text{C}(\text{C}_2\text{H}_5)(\text{CH}_2)_3\text{CH}(\text{CH}_3)_2$: ۲- اتیل - ۲، ۶-دی‌متیل هپتان

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۲۵- با توجه به واکنش‌های (I) و (II)، چند مورد از عبارت‌های زیر، نادرست هستند؟



(آ) در دما و فشار اتاق، در هر دو واکنش، حالت فیزیکی A و B یکسان و با حالت فیزیکی اتن متفاوت است.

(ب) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب B، سه واحد کمتر از مجموع شمار اتم‌ها ترکیب A است.

(پ) کاتالیزگر به کار رفته در واکنش (I)، نیکل است که در آرایش الکترونی آن، ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

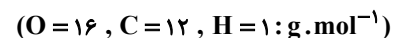
(ت) در شرایط یکسان، نقطه جوش ترکیب A از نقطه جوش آب، بیشتر است، به همین دلیل نسبت به آب فرارتر است.

(۱) ۱ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۲

۱۲۶- اگر در مولکول ۲- متیل پنتان به جای یکی از هیدروژن‌های متصل به کربن شماره ۴، یک گروه اتیل قرار دهیم، کدام موارد از

عبارت‌های زیر درباره ترکیب جدید، از نظر درستی یا نادرستی، همانند جمله داده شده است؟



«جهت شماره‌گذاری زنجیر اصلی در آن، در مقایسه با ترکیب اولیه (نسبت به گروه متیل)، تغییر می‌کند.»

(آ) مجموع شماره کربن‌های متصل به شاخه‌های فرعی در آن، عددی زوج است.

(ب) از سوختن ۲۲/۸ گرم از آن، ۱۰۲/۸ گرم فراورده تولید می‌شود.

(پ) نسبت تعداد پیوندها در ترکیب جدید به همین تعداد در ترکیب اولیه، بیشتر از نسبت تعداد هیدروژن به تعداد کربن در سومین عضو

خانواده سیکلوآلکان‌ها است.

(ت) با جابه‌جایی تنها یکی از شاخه‌های متیل روی زنجیر اصلی، می‌توان ۴ ترکیب متفاوت دیگر با فرض ثابت نگه داشتن کربن‌های زنجیر

اصلی تولید کرد.

(۱) «ب» و «ت» (۲) «ب» و «ت» (۳) «آ» و «ب» (۴) «آ» و «پ»

۱۲۷- کدام گزینه درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

- ۳ است. (۱) جرم مولی سومین آلکن راست‌زنجیر بدون شاخه جانبی، ۲ برابر جرم مولی سبک‌ترین سیکلوآلکان است.
 (۲) در دما و فشار اتاق، نفتالن جامدی آروماتیک و سفیدرنگ است که نسبت شمار پیوندهای یگانه به دوگانه در آن برابر
 د. (۳) فراوانی نفت کوره در نفت سنگین ایران، از این مقدار در نفت سنگین کشورهای عربی بیشتر و از نفت برنت دریای شمال کمتر است.
 (۴) پس از جدا کردن نمک‌ها، اسیدها و آب، نفت خام را با استفاده از تقطیر جزء‌به‌جزء پالایش می‌کنند
 ۱۲۸- در رابطه با آلکان‌ها، چند مورد از موارد زیر، جاهای خالی جمله زیر را به درستی تکمیل می‌نماید؟
 «..... در مقایسه با ، دارد.»

• ۲-متیل بوتان - ۳-اتیل پنتان - نقطه جوش بیشتری

• گریس - وازلین - گران‌روی کمتری

• هگزان - دکان - فراریت بیشتری

• ۳،۲،۲-تری‌متیل پنتان - ۳-اتیل هگزان - پیوندهای کربن - کربن بیشتری

(۱) ۳ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

۱۲۹- همه عبارت‌های زیر درست هستند، به جز ...

- (۱) سوخت هواپیما به‌طور عمده شامل آلکان‌هایی با ۳۱ تا ۴۶ پیوند کووالانسی در ساختارشان است.
 (۲) حدود ۳۴ درصد از سوخت، به‌وسیله راه‌آهن، نفت‌کش جاده‌پیما و کشتی نفتی و مابقی آن از طریق لوله به مراکز توزیع انتقال می‌یابد.
 (۳) یکی از مشکلات استخراج زغال‌سنگ، ریزش معدن بوده که در سده اخیر بیش از ۵۰۰ هزار نفر جان خود را بر اثر آن از دست داده‌اند.
 (۴) گاز متان، سبک، بی‌رنگ، بی‌بو با واکنش‌پذیری زیادی بوده که از بالای برج تقطیر خارج می‌شود.
 ۱۳۰- شمار پیوندهای کووالانسی در ساختار هیدروکربنی راست‌زنجیر که متعلق به یکی از خانواده‌های آلکان، آلکن و یا آلکین است، ۴ برابر شمار پیوندهای کووالانسی در ساده‌ترین سیکلوآلکان است. از سوختن کامل ۵۶ گرم از این هیدروکربن با خلوص ۲۰ درصد، به ترتیب از راست به چپ چند لیتر کربن‌دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود و درصد جرمی کربن در این ترکیب

به تقریب کدام است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

(۱) $84/2 - 89/6$ (۲) $85/7 - 17/92$

(۳) $85/7 - 89/6$ (۴) $84/2 - 17/92$



آزمون ۵ آبان ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

| | نام درس | نام طراحان |
|---------|---------------|---|
| فصلنامه | حسابان ۲ | مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر-علی سلامت-حمید علیزاده-کامیار علییون-علیرضا ندافزاده-جهانبخش نیکنام |
| | هندسه | امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-جواد حاتمی-فشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی |
| | ریاضیات گسسته | جواد ترکمن-فرزاد جوادی-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-محمد صحت کار |
| | فیزیک | زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-فرشید رسولی-مصعومه شریعت ناصری-مریم شیخ مو-شیرازا شیری-علی عاقلی-عبداله فقهزاده-مصطفی کیانی-علی گل محمدی رامشه-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-سیده ملیحه میرصالحی-مجتبی نکوئیان |
| | شیمی | عین اله ابوالفتحی-مجتبی اسدزاده-علی امینی-محمد آخوندی-قادر باخاری-جعفر بازوکی-محمد رضا جمشیدی-حلما حاجی نقی-مرتضی خوش کیش-حمید ذبحی-حسن رحمتی کوکنده-سینا رضادوست-علی رفیعی-حسین زارعی-باشایی-مرتضی زارعی-امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-منصور سلیمانی-ملکان-سیدصدرا عادل-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-محمد فائز نیا-علی مجیدی-امیرحسین معروفی-سجاد نقی |

گزینشگران و ویراستاران

| نام درس | حسابان ۲ | هندسه | ریاضیات گسسته | فیزیک | شیمی |
|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------|--|---|
| گزینشگر | علیرضا ندافزاده | محمد صحت کار کیوان دارابی | محمد صحت کار کیوان دارابی | مصطفی کیانی | ایمان حسین نژاد |
| گروه ویراستاری | سعید خان بابایی | عادل حسینی | عادل حسینی | حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی | امیررضا حکمت نیا امیرحسین مسلمی |
| ویراستار استاد | مهدی ملارمضانی | مهرداد ملوندی | مهرداد ملوندی | امیرحسین برادران | محمد حسن محمدزاده مقدم |
| بازبینی نهایی رتبه های برتر | پارسا نوروزی منش سهیل تقی زاده | مهبد خالئی | مهبد خالئی | کیارش صانعی حسین بصیر ترکمبور | ماهان زواری حلما حاجی نقی احسان پنجه شاهی |
| مسئول درس | عادل حسینی | امیرحسین ابومحبوب | امیرحسین ابومحبوب | محمد ساکی | ایمان حسین نژاد |
| مستندسازی | سمیه اسکندری | سرژ یقیازاریان تبریزی | سرژ یقیازاریان تبریزی | علیرضا همایون خواه | سمیه اسکندری |

گروه فنی و تولید

| | |
|----------------|--|
| مدیر گروه | مهرداد ملوندی |
| مسئول دفترچه | نرگس غنی زاده |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروفنگار | فرزانه فتح الهزاده |
| ناظر چاپ | سوران نعیمی |

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۲» -۱

(یاسین سپهر)
 $(f - g)\left(-\frac{5}{4}\right) = f\left(-\frac{5}{4}\right) - g\left(-\frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{5}{4} + 3\right) - \left[2\left(-\frac{5}{4}\right)\right]$
 $= -3 + 3 - (-5) = 5$
 (حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه «۳» -۲

(علیرضا نراف: زاره)
 $g^{-1} = \{(-4, 2), (2, 1), (3, 0), (5, 4)\}$
 دامنه تابع f نیز بازه $[-3, 3]$ است. حال تعریف دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ را داریم:
 $D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g^{-1} \in D_f\}$
 از میان مقادیر g^{-1} ، فقط $g^{-1}(5)$ در دامنه تابع f قرار نمی‌گیرد. پس مجموعه بالا فقط سه عضو $-4, 2, 3$ را دارد.
 (حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۶۸)

گزینه «۳» -۳

(سعید تن‌آرا)
 $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 4x = (2x + 1)^2 - 1$
 در ضابطه $f \circ g$ ، $x = -\frac{1}{4}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:
 $(f \circ g)\left(-\frac{1}{4}\right) = (0)^2 - 1 = -1$
 حال $g\left(-\frac{1}{4}\right)$ را m در نظر می‌گیریم و داریم:
 $(f \circ g)\left(-\frac{1}{4}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{4}\right)\right) = f(m) = m^2 - 2m = -1$
 $\Rightarrow m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$
 (حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

گزینه «۱» -۴

(علیرضا نراف: زاره)
 این نکته مهم را می‌دانیم که اگر $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ باشد،
 $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$ است. پس در این سؤال ضابطه تابع $f \circ g$ برابر است:
 $(f \circ g)(x) = \frac{-5x + 3}{x - 1}$
 ضابطه تابع g که $g(x) = 3x + 7$ است:
 $\Rightarrow f(3x + 7) = \frac{-5(3x + 7) + 3}{3x + 7 - 1} \quad (*)$

$f^{-1}(-3)$ را k در نظر می‌گیریم:

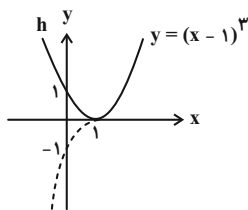
$$\Rightarrow f(k) = -3 \xrightarrow{(*)} \frac{-5k + 3}{k - 1} = -3$$

$$\Rightarrow x = 0 \Rightarrow k = 3(0) + 7 = 7$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۶۸)

گزینه «۳» -۵

(مسعود یرملا)
 ابتدا ضابطه تابع $h(x) = |f(x) - g(x)|$ را می‌سازیم:
 $h(x) = |1 - x^3 + 3x^2 - 3x| = |x^3 - 3x^2 + 3x - 1| = |(x - 1)^3|$
 نمودار تابع $y = (x - 1)^3$ و همچنین نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است.



تابع h روی \mathbb{R} غیریکتوا است اما روی هر کدام از بازه‌های $(-\infty, 1]$ و $[1, +\infty)$ و زیرمجموعه‌های آن‌ها یکتوا است.

(حسابان ۱ و ۲- تابع: صفحه‌های ۶۳، ۶۶ و ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۳» -۶

(میوانیش نیکنام)
 وضعیت یکنواپی دو تابع داده شده مخالف هم است. به این معنی که روی بازه‌ای که f اکیداً نزولی است، $y = f\left(-\frac{x}{4}\right)$ اکیداً صعودی است و بالعکس. پس باید پیدا کنیم که بازه $[0, 3]$ در تابع f (که تابع روی این بازه اکیداً نزولی است) به چه بازه‌ای در تابع $y = f\left(-\frac{x}{4}\right)$ نظیر می‌شود:

$$0 \leq -\frac{x}{4} \leq 3 \Rightarrow -6 \leq x \leq 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

گزینه «۴» -۷

(شاهین پروازی)
 $f(x) = \sqrt{(x - 2)^2} - 3 + 1$
 $\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{(7 - x)^2} - 3 + 1$
 $\Rightarrow (f \circ g)(x) = \sqrt{4 - x} + 1$



(عادل حسینی)

۱- گزینه «۱»

ابتدا $\log_{12} 6$ را با استفاده از قاعده تغییر مبنا باز می‌کنیم:

$$\log_{12} 6 = \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 3 + \log 2}{\log 3 + 2 \log 2}$$

صورت و مخرج کسر بالا را بر $\log 2$ تقسیم می‌کنیم.

$$\Rightarrow \log_{12} 6 = \frac{\log_2 3 + 1}{\log_2 3 + 2} = \frac{k+1}{k+2}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۸۶)

(شاهین پروازی)

۱۱- گزینه «۲»

پس از رنگ آمیزی کامل هر صفحه $0/98$ طول مداد باقی می‌ماند، بنابراین پس از n صفحه طول باقی‌مانده مداد $(0/98)^n$ خواهد بود. ما باید نامعادله $0/6 \leq (0/98)^n$ را حل کنیم. از طرفین در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:

$$n \log 0/98 \leq \log 0/6$$

$$\Rightarrow n(\log 2 + 2 \log 7 - 2) \leq \log 2 + \log 3 - 1$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{1 - (\log 2 + \log 3)}{2 - (\log 2 + 2 \log 7)}$$

حال مقادیر تقریبی را جای گذاری می‌کنیم:

$$n \geq \frac{1 - 0/77}{2 - 1/99} = \frac{0/23}{0/01} = 23$$

پس حداقل ۲۳ صفحه را باید کامل رنگ آمیزی کنیم.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۶)

(میانفش نیکنام)

۱۲- گزینه «۲»

دامنه تابع f بازه $(-\frac{1}{5}, +\infty)$ است. پس $x = -\frac{1}{5}$ ریشه عبارت $bx + 1$ است.

$$\Rightarrow b(-\frac{1}{5}) + 1 = 0 \Rightarrow b = 5$$

از طرفی نقطه $(3, 1)$ روی نمودار تابع قرار دارد:

$$f(3) = a + \log_4(5 \times 3 + 1) = a + \log_4 16 = a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

پس ضابطه تابع g به صورت زیر خواهد بود:

$$g(x) = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - x\right) f\left(\frac{x}{2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - x\right) \left(\log_4\left(\frac{5}{2}x + 1\right) - 1\right)}$$

جدول تعیین علامت را برای عبارت زیر رادیکال می‌نویسیم:

| | | | | |
|---|----------------|---------------|---------------|---|
| | $-\frac{2}{5}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{5}{2}$ | |
| $\frac{5}{2} - x$ | + | + | 0 | - |
| $\log_4\left(\frac{5}{2}x + 1\right) - 1$ | - | 0 | + | + |
| $p(x)$ | - | 0 | + | - |

برای این که از نمودار تابع g به نمودار تابع $f \circ g$ برسیم، کافی است آن را ۳ واحد به چپ و یک واحد به پایین منتقل کنیم:

$$g(x) = \sqrt{7-x} + 2 \xrightarrow{y \rightarrow y-1, x \rightarrow x+3} f \circ g$$

$$g(x+3) - 1 = (\sqrt{7-(x+3)} + 2) - 1 = \sqrt{4-x} + 1 = (f \circ g)(x)$$

دقت کنید در این سؤال دامنه توابع مشکلی برای ما ایجاد نمی‌کنند.

(مسابان ۱ و ۲- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶ و ۱۲ تا ۱۱)

(کامیار علیپور)

۸- گزینه «۳»

دامنه تابع g مجموعه اعداد حقیقی است، پس دامنه $g \circ f$ همان دامنه تابع f یعنی بازه $[-2, 2]$ است. برد تابع f نیز بازه $[0, 2]$ است. حال برای محاسبه برد تابع $g \circ f$ ، برد تابع g را با دامنه $[0, 2]$ حساب می‌کنیم. در این بازه ضابطه‌های g را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x) = \begin{cases} -3x & ; 0 \leq x < \frac{3}{2} \\ -3x+1 & ; \frac{3}{2} \leq x \leq 2 \end{cases}$$

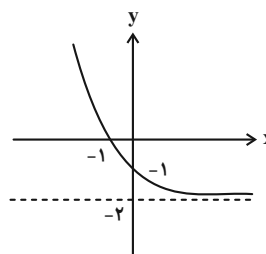
برد ضابطه‌های بالا به ترتیب $R_1 = (-\frac{9}{2}, 0]$ و $R_2 = [-5, -\frac{3}{2}]$ است. در نتیجه برد تابع $g \circ f$ برابر اجتماع این دو یعنی $R_1 \cup R_2 = [-5, 0]$ است. این بازه شامل ۶ عدد صحیح است.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

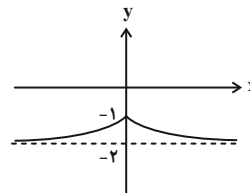
(علیرضا نراف‌زاده)

۹- گزینه «۴»

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم. برای رسم آن ابتدا نمودار $y = (\frac{1}{4})^x - 2$ را رسم می‌کنیم:



و سپس به جای بخش $x < 0$ آن، قرینه بخش $x \geq 0$ را نسبت به محور y ها قرار می‌دهیم.



برای این که خط $y = k$ نمودار تابع بالا را در دو نقطه قطع کند، k باید در حدود $(-2, -1)$ تغییر کند.

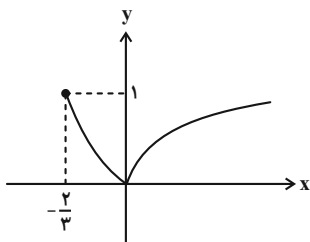
(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)



دامنه تابع h همان دامنه توابع f و g است:

$$D_f : \begin{cases} x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1 + \log_3(x+1) \geq 0 \Rightarrow x+1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس $D_h = [-\frac{2}{3}, +\infty)$ است. نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است:



این تابع روی بازه $(0, +\infty)$ و هر زیرمجموعه از آن اکیداً صعودی است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۶- گزینه «۲» (عارل حسینی)

تابع h اکیداً صعودی است و تابع k غیر یک‌به‌یک است. در تابع f ضرب

$$[-x^2] + \frac{1}{y}$$

که شیب پاره‌خطها را مشخص می‌کند همواره منفی (البته به جز

در $x=0$) است. پس این تابع یک‌به‌یک و اکیداً نزولی است. اما در تابع g شیب خطها به ازای $-1 \leq x \leq 1$ مثبت است و در غیر از این نقاط منفی. پس تابع g غیر یکنوا است.

این نکته هم لازم به ذکر است که با رسم چند بازه از نمودارهای f و g یک به یک بودن آن ثابت می‌شود.

(حسابان ۱ و ۲- تابع؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ و ۱۵ تا ۱۸)

۱۷- گزینه «۲» (سعید تن‌آرا)

تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است و بر همین اساس دامنه تابع g را حساب می‌کنیم.

$$f(x^2) - f(x+2) > 0 \Rightarrow f(x^2) > f(x+2)$$

$$\xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} x^2 < x+2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 2$$

پس دامنه تابع g بازه $D_g = (-1, 2)$ است و هدف سؤال یافتن تابعی است که روی این بازه اکیداً یکنوا باشد.

پس دامنه تابع g بازه $[\frac{5}{2}, \frac{6}{5}]$ است که این بازه فقط یک عدد صحیح را شامل می‌شود.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۳- گزینه «۲» (علیرضا نراف‌زاده)

در ابتدا باید بگوییم محدوده قابل قبول برای x بازه $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ است.

حال با ساده کردن معادله داریم:

$$\log \frac{3x+7}{4x+2} = \log(3x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{3x+7}{4x+2} = 3x+1 \Rightarrow 3x+7 = 12x^2 + 10x+2$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 7x - 5 = 0$$

جواب‌های معادله بالا -1 و $\frac{5}{12}$ هستند که فقط $x = \frac{5}{12}$ در دامنه

$(-\frac{1}{3}, +\infty)$ قرار دارد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۴- گزینه «۱» (عمیر علیزاده)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; x \leq 1 \\ -3x+3 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ -x-1 & ; x > 2 \end{cases}$$

پس ضابطه‌های تابع $f+g$ به صورت زیر است:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} x & ; x \leq 1 \\ -x+2 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ x-2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

این تابع فقط روی بازه $[1, 2]$ اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۵- گزینه «۴» (یاسین سپهر)

$$f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} - 1$$

$$g(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} + 1$$

پس ضابطه تابع $|f \cdot g|$ به صورت زیر است:

$$h(x) = |f(x) \times g(x)| = |\log_3(x+1)|$$



در شکل بالا نمودار تابع g را هم می‌بینید. برای این که f و g دو نقطه تقاطع داشته باشند، لازم است که $0 \leq g(2) < -2$ باشد.

$$\Rightarrow -2 < 3k \leq 0 \Rightarrow -\frac{2}{3} < k \leq 0$$

اما k نمی‌تواند صفر باشد، پس بازه قابل قبول $(-\frac{2}{3}, 0)$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(عادل مسینی)

۲- گزینه «۴»

پیدا کردن ضابطه وارون تابع f فراتر از دبیرستان است، اما می‌توانیم وارون تابع g را پیدا کنیم. البته این نکته هم لازم به ذکر است که g ماهیتاً وارون‌ناپذیر است. اما چون می‌خواهیم معادله حل کنیم، g را به دو قسمت وارون‌پذیر تفکیک می‌کنیم و دو معادله حل می‌کنیم:

$$y = g(x) = \frac{-2x^2 - 4x + 3}{3} = \frac{-2(x+1)^2 + 5}{3}$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5-3y}{2}} - 1$$

پس دو تابع $y = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$ و $y = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$ را با نمودار

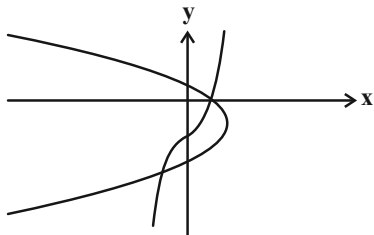
f قطع می‌دهیم. دقت کنید که اگر مختصات نقاط A و B را $A(\alpha_1, \beta_1)$ و $B(\alpha_2, \beta_2)$ در نظر بگیریم، با این کار ما β_1 و β_2 را پیدا می‌کنیم.

حال داریم:

$$x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad (1)$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad (2)$$

نمودارهای این توابع به صورت حدودی در شکل زیر رسم شده‌اند.



این یعنی هر کدام از معادله‌های (۱) و (۲) فقط یک جواب دارند.

اعداد احتمالی صفر، ± 1 ، ± 2 و ... را بررسی می‌کنیم و می‌بینیم که $x = 1$ در معادله (۱) و $x = -1$ در معادله (۲) صدق می‌کند. پس $\beta_1 = 1$ و $\beta_2 = -1$ است. با جای گذاری β_1 و β_2 به ترتیب در ضابطه‌های

$$\alpha_2 = -3 \text{ و } \alpha_1 = 0, \quad y = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \text{ و } y = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$$

به دست می‌آید. پس $\alpha_1 + \alpha_2 = -3$ است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

رأس سهمی $y = (x-1)^2$ در بازه D_g قرار می‌گیرد، پس این تابع روی

این بازه غیریکنوا است. تابع $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ روی بازه $(-1, 0)$

تعریف نشده است و تابع $y = x + \sqrt{2-x}$ هم غیریکنوا است؛ زیرا نقاط

$(1, 2)$ و $(2, 2)$ روی آن یکنوایی را زیر سؤال می‌برد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۸- گزینه «۴»

(علی سلامت)

صفرهای تابع f مقادیر α و β هستند که مجموع آن‌ها برابر -10 است.

صفرهای تابع g نیز جواب‌های معادله‌های $\alpha, \beta - 3k = \frac{x}{k}$ هستند.

پس داریم:

$$\frac{x_1}{k} - 3k = \alpha, \quad \frac{x_2}{k} - 3k = \beta$$

$$\alpha + \beta = -10 \rightarrow \frac{x_1 + x_2}{k} - 6k = \alpha + \beta = -10$$

$x_1 + x_2$ برابر مجموع صفرهای تابع g است که آن را 4 در نظر

می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{4}{k} - 6k = -10 \Rightarrow 4 - 6k^2 = -10k$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 5k - 2 = (k-2)(3k+1) = 0$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ یا } -\frac{1}{3}$$

که فقط مقدار $-\frac{1}{3}$ در گزینه‌ها موجود است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۹- گزینه «۱»

(مسعود برملا)

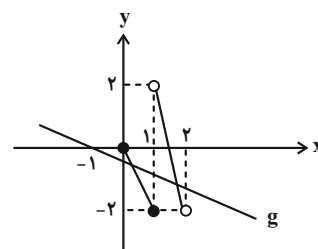
ابتدا ضابطه تابع g را می‌سازیم:

$$y = x \xrightarrow{\text{تقسیم طول نقاط بر } k} y = kx$$

$$\xrightarrow{\text{انتقال یک واحد به چپ}} g(x) = k(x+1)$$

برای رسم نمودار تابع f نیز، طول نقاط روی نمودار داده شده را بر (-2)

تقسیم می‌کنیم و سپس نمودار حاصل را یک واحد به راست می‌بریم. داریم:





هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(ممر سمت کار)

درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس ABC برابر است با:

(ستون j ام C) (B) (سطر i ام A)

بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^۳ برابر است با:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= 6 + 6 + 3 = 15$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۲- گزینه «۳»

(ممر سمت کار)

ماتریس‌های B و C ماتریس‌هایی تعویض‌پذیر هستند. بنابراین:

$$BC = CB = 2I$$

$$(AC + C)(BA + 2B) = ACBA + 2ACB + CBA + 2CB$$

$$= A(2I)A + 2A(2I) + (2I)A + 2(2I)$$

$$= 2A^2 + 4A + 2A + 4I = 2A^2 + 6A + 4I$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 + 6A + 4I = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- گزینه «۳»

(ممر سمت کار)

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 - AB - BA + B^2$$

$$\Rightarrow AB + BA = A^2 + B^2 - (A - B)^2$$

$$(A - B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 20 & 19 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 22 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۴- گزینه «۴»

(جواب ترکمن)

$$A - A^2 = I \Rightarrow A^2 - A + I = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{(A+I)} (A+I)(A^2 - A + I) = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد چاقی ولاغر}} A^3 + I = \bar{O} \Rightarrow A^3 = -I$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳۳}} A^{99} = -I \xrightarrow{A^2 \times} A^{101} = -A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۲۵- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{10} - A^9 = (A^2)^5 - (A^2)^4 \times A = I^5 - I^4 \times A$$

$$= I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & a+1 \\ 1-a & a+1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۶- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

ابتدا درایه‌های ماتریس A را به دست می‌آوریم و سپس توان‌های بالاتر آن

را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$



$$\Rightarrow [ra_{ij}] = \bar{O} \Rightarrow ra_{ij} = 0 \Rightarrow r = 0 \text{ یا } a_{ij} = 0$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ یا } [a_{ij}] = \bar{O}$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ یا } A = \bar{O}$$

(۳) این رابطه در حالت کلی نادرست است، زیرا:

$$(AB)^T = (AB)(AB)$$

تذکر: اگر A و B تعویض پذیر باشند، این رابطه صحیح است.

(۴) جمع ماتریس با عدد معنی ندارد، بلکه معادل درست این فاکتورگیری به صورت زیر است:

$$A^T + 3A = A(A + 3I) = (A + 3I)A$$

(هنر سه - ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۳ تا ۲۱)

۲۹ - گزینه «۱» (امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا حاصل ضرب AB را محاسبه می کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & c & -2 \\ -1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 0 \\ -b & a+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+3c+2b & b-2a-6 \\ -a+15-4b & -b+4a+12 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB اسکالر است، پس درایه های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگر و درایه های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر هستند، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} b-2a-6=0 \\ -a+15-4b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=-6 \\ a+4b=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$a+3c+2b = -b+4a+12 \Rightarrow 3c = 3a - 3b + 12$$

$$\xrightarrow{a=-1, b=4} 3c = 3(-1) - 3(4) + 12 = -3 \Rightarrow c = -1$$

(هنر سه - ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۲ تا ۱۷)

۳۰ - گزینه «۴» (اخشین فاصه فان)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 1 & n & \frac{n(n+1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 55 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه ها = ۷۸

(هنر سه - ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

$$\Rightarrow A^n = 2^{n-1}A \Rightarrow A^{20} = 2^{19}A = \begin{bmatrix} 2^{19} & -2^{19} \\ -2^{19} & 2^{19} \end{bmatrix}$$

2^{26} = حاصل ضرب درایه های A

(هنر سه - ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۲۷ - گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

برای آن که حجم محاسبات کاهش پیدا کند، از ماتریس A فاکتور می گیریم تا به جای دو بار عمل ضرب ماتریس های 3×3 در یکدیگر، یک بار این عمل را انجام دهیم. خواهیم دید، اوضاع از این هم بهتر است:

$$2A^2 + 3AB = A(2A + 3B)$$

اما:

$$2A + 3B = \begin{bmatrix} 6 & 6 & -6 \\ 12 & 0 & 1 \\ -12 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -6 & 6 \\ -12 & 6 & -1 \\ 12 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A + 3B = 6I$$

در نتیجه داریم:

$$2A^2 + 3AB + 9B = A(2A + 3B) + 9B = A \times 6I + 9B$$

$$= 6A + 9B = 3(2A + 3B) = 3 \times 6I = 18I = \begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 3 \times 18 = 54$$

(هنر سه - ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۳ تا ۲۱)

۲۸ - گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

گزینه ها را به ترتیب بررسی می کنیم:

(۱) نادرستی این رابطه را می توان با مثال نقض نشان داد:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \neq \bar{O}, B \neq \bar{O}, AB = \bar{O}$$

(۲) درستی این رابطه را اثبات می کنیم:

$$A = [a_{ij}] \Rightarrow rA = [ra_{ij}]$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۱»

(ممر سمت کار)

$$\begin{cases} a | 2n - 3 \Rightarrow a | (2n - 3)(2n + 3) \Rightarrow a | 4n^2 - 9 \\ a | n^2 + 2 \Rightarrow a | 4n^2 + 8 \end{cases}$$

بنابراین:

$$a | (4n^2 + 8) - (4n^2 - 9) \Rightarrow a | 17 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 17$$

با توجه به این که براساس فرض مسئله $a \neq 1$ است، پس a فقط می‌تواند عدد ۱۷ باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۲- گزینه «۴»

(ممر سمت کار)

با در نظر گرفتن این که $64 = 2^6$ ، $81 = 3^4$ و $125 = 5^3$ نتیجه می‌گیریم اعدادی نسبت به هر سه عدد اول هستند که نه عامل ۲ داشته باشند، نه عامل ۳ و نه عامل ۵. در این شرایط کوچک‌ترین عدد دو رقمی مرکب عدد $7^2 = 49$ و بزرگ‌ترین عدد $7 \times 13 = 91$ است. پس جواب تست برابر است با:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۳- گزینه «۲»

(ممر سمت کار)

$$3x^2 - 2 = xy + 2y \Rightarrow 3x^2 - 2 = y(x + 2) \Rightarrow y = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$$

برای آن که به ازای اعداد صحیح مانند x ، اعدادی صحیح مانند y داشته باشیم باید صورت کسر بر مخرجش بخش‌پذیر باشد. به عبارت دیگر:

$$x + 2 | 3x^2 - 2$$

برای یافتن جواب‌های این مسئله می‌توانیم به دو روش زیر عمل کنیم:
روش اول:

$$\begin{cases} x + 2 | 3x^2 - 2 \\ x + 2 | x + 2 \Rightarrow x + 2 | 3x^2 + 6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + 2 | (3x^2 + 6x) - (3x^2 - 2) \Rightarrow x + 2 | 6x + 2$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x + 2 | 6x + 2 \\ x + 2 | x + 2 \Rightarrow x + 2 | 6x + 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + 2 | (6x + 12) - (6x + 2) \Rightarrow x + 2 | 10$$

حالا با توجه به شمارنده‌های عدد ۱۰ باید ابتدا x ها را پیدا کنیم و سپس با

قرار دادن این مقادیر در معادله $y = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$ ، مقادیر y را به دست

آوریم. فقط باید دقت کنیم که نقاط مورد نظر باید در ناحیه دوم دستگاه مختصات باشند. به عبارت دیگر باید x عددی منفی و y عددی مثبت

باشد:

| | | | | | | | | |
|---------|-----|----|-----|----------|-----|----------|-----|----------|
| $x + 2$ | -۱ | ۱ | -۲ | ۲ | -۵ | ۵ | -۱۰ | ۱۰ |
| x | -۳ | -۱ | -۴ | ۰ | -۷ | ۳ | -۱۲ | ۸ |
| y | -۲۵ | ۱ | -۲۳ | \times | -۲۹ | \times | -۴۳ | \times |

با توجه به محاسبات فوق فقط نقطه $(-1, 1)$ روی این منحنی و در ناحیه دوم دستگاه مختصات است.

روش دوم: برای یافتن جواب‌های صحیح معادله $y = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$ کافی است

که ریشه منخرج را در صورت کسر قرار دهیم:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 3(-2)^2 - 2 = 10 \Rightarrow x + 2 | 10$$

بقیه محاسبات مشابه روش اول خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۴- گزینه «۲»

(مصطفی دیداری)

$$a + b + \frac{1}{a + b} \geq 2$$

باید ثابت کنیم:

با استفاده از استدلال بازگشتی داریم:

$$a + b + \frac{1}{a + b} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{(a + b)^2 + 1}{a + b} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 + 1 \geq 2a + 2b$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab - 2a - 2b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a + b - 1)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)



۳۵- گزینه «۴»

(مصطفی دیداری)

$$d \mid a, d \mid b \Rightarrow d \mid a+b \Rightarrow (a+b, d) = d$$

$$\frac{a \mid c}{b \mid c} \Rightarrow ab \mid c^2 \Rightarrow [ab, c^2] = c^2$$

همچنین $d \mid c$ ، پس $d \mid c^2$ و در نتیجه $(d, c^2) = d$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۶- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

فرض کنید عدد طبیعی d همزمان $10m + \alpha$ و $7m + 2$ را بشمارد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} d \mid 10m + \alpha \\ d \mid 7m + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 70m + 7\alpha \\ d \mid 70m + 14 \end{cases} \Rightarrow d \mid 7\alpha - 20$$

از طرفی طبق فرض، d هیچ عامل اولی ندارد، بنابراین $d = 1$. بنابراین:

$$7\alpha - 20 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} 7\alpha - 20 = 1 \Rightarrow 7\alpha = 21 \Rightarrow \alpha = 3 \\ 7\alpha - 20 = -1 \Rightarrow 7\alpha = 19 \Rightarrow \alpha \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین $7 = \alpha + 4$ بر 7 بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۷- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

$$(8a + 6, 8a + 2) = 2(4a + 3, 4a + 1)$$

حال اگر $d' = (4a + 3, 4a + 1)$ ، آن‌گاه:

$$\frac{d' \mid 4a + 3}{d' \mid 4a + 1} \Rightarrow d' \mid 2 \xrightarrow{d' < 2} d' = 1 \text{ یا } 2$$

اما $d' = 2$ غیرقابل قبول است، زیرا $4a + 1$ عددی فرد است و داریم

$$2 \mid 4a + 1 \Rightarrow 2 \mid 2d' = 2 \text{ و } d' = 1 \text{ بنابراین } d = 2d' = 2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۸- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

$$\begin{cases} 5 \mid 2a + 3b + k \xrightarrow{\times 3} 5 \mid 6a + 9b + 3k \\ 5 \mid 3a + 2b + 1 \xrightarrow{\times 2} 5 \mid 6a + 4b + 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 5 \mid 5b + 3k - 2$$

اما $5 \mid 5b$ بنابراین: $5 \mid 3k - 2$ و در بین گزینه‌ها کوچک‌ترین مقدار طبیعی k برابر با ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۹- گزینه «۳»

(فرزاد پیواری)

بررسی گزاره‌ها:

(الف) $a = 2$ و $b = -2$ مثال نقض می‌باشد.

(ب) گزاره شرطی (ب) زمانی برقرار است که $b \neq 0$ باشد. زیرا اگر $b = 0$

نمی‌توان گفت الزاماً: $|a| \leq |b|$

مثال نقض عبارتست از مثلاً $a = 2$ و $b = 0$ ، ملاحظه می‌شود که $2 \mid 0$ اما $2 \nless 0$.

(ج) عکس گزاره قسمت (ج) درست است. اما خود گزاره (ج) درست

نمی‌باشد. (کافی است $a = 5$ و $b = 17$ و $c = 2$ گرفته شود.)

$$5 \mid 17 - 2$$

اما $5 \nmid 2$ و $5 \nmid 17$.

(د) گزاره (د) درست می‌باشد و مثال نقض ندارد.

(هر عدد اول مانند P نسبت به همه اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش اول

است.) پس در کل سه مورد از چهار گزاره بالا با مثال نقض رد می‌شوند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۴۰- گزینه «۲»

(پواد ترکمن)

$$7 \mid 5n + 3 \xrightarrow{\times 7} 49 \mid 35n + 21$$

$$7 \mid 5n + 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 49 \mid 25n^2 + 30n + 9$$

طرف دوم این دو رابطه را جمع می‌زنیم:

$$49 \mid 25n^2 + 65n + 30$$

$$\begin{cases} 49 \mid 25n^2 + mn + 30 \\ 49 \mid 25n^2 + 65n + 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 49 \mid (m - 65)n \Rightarrow 49 \mid m - 65 \Rightarrow m - 65 = 49q$$

$$\Rightarrow m = 49q + 65$$

به ازای $q = 1$ کوچک‌ترین عدد سه رقمی مانند m به دست می‌آید:

$$q = 1 \Rightarrow m = 49 + 65 = 114$$

مجموع ارقام این عدد برابر ۶ است.

تذکر: چون $7 \mid 5n + 3$ ، پس $7 \nmid n$ ، یعنی n فاقد عامل ۷ است. بنابراین

رابطه $49 \mid (m - 65)n$ تنها در صورتی برقرار است که $49 \mid m - 65$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

$$S_{ABC} = S_{DBC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times CH \times BD = \frac{1}{2} \times 4 \times BD$$

$$\Rightarrow BD = 10$$

$$DB = BO + OD = 10 \Rightarrow OB + 4 = 10 \Rightarrow OB = 6$$

$$S_{BOC} = \frac{CH \times BO}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12$$

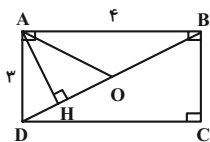
$$\Delta ADO \sim \Delta BOC \Rightarrow \frac{S_{ADO}}{S_{BOC}} = \left(\frac{OD}{OB}\right)^2 = \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{ADO} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۳» -۴۴



$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5$$

$$AD^2 = DH \times DB \Rightarrow 9 = DH \times 5 \Rightarrow DH = 1/8$$

$$DO = 2/5$$

$$HO = DO - DH = 2/5 - 1/8 = 0/7$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۲)

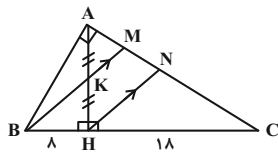
(هومن عقیلی)

گزینه «۱» -۴۵

می‌دانیم $AH^2 = BH \times CH = 144$ پس $AH = 12$ و در نتیجه $AK = KH = 6$ از H پاره‌خط HN را موازی BM رسم می‌کنیم، یعنی $HN \parallel BM$

همچنین داریم:

$$\Delta BKH : BK^2 = BH^2 + KH^2 = 12^2 + 6^2 = 180 \Rightarrow BK = 10$$



$$KM = x \Rightarrow HN = 2x$$

$$\Delta BMC : HN \parallel BM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{2x}{x+10} = \frac{18}{26}$$

$$\Rightarrow 52x = 18x + 180 \Rightarrow x = MK = \frac{90}{17}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۲)

(هومن عقیلی)

گزینه «۳» -۴۶

ارتفاع و میانه وارد بر وتر را رسم می‌کنیم. می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. یعنی $AM = MB = 4$ و $\hat{A}_1 = 22/5^\circ$ در نتیجه

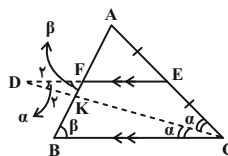
$\hat{M}_1 = 45^\circ$ پس $AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2}$ و می‌دانیم در هر مثلث

قائم‌الزاویه $AB \times AC = AH \times BC$ پس $AB \times AC = 16\sqrt{2}$.

هندسه ۱

گزینه «۱» -۴۱

(یوژ ترکمن)



$$\left\{ \begin{array}{l} DE \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب DC}} \hat{D} = \hat{C} = \alpha \\ DE \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب FB}} \hat{F} = \hat{B} = \beta \end{array} \right.$$

پس دو مثلث DFK و CBK به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{DF}{CB} = \frac{FK}{BK} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{FK}{2} \Rightarrow FK = 1$$

از طرفی $FE \parallel BC$ و E وسط ضلع AC است، پس F نیز وسط ضلع AB خواهد بود. پس:

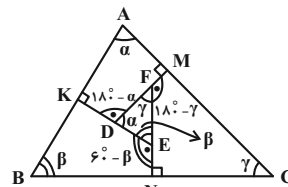
$$AF = BF = BK + FK = 2 + 1 = 3$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(یوژ ترکمن)

گزینه «۳» -۴۲

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی برابر با 360° است. اگر زاویه‌های داخلی مثلث ABC را $\hat{A} = \alpha$ ، $\hat{B} = \beta$ ، $\hat{C} = \gamma$ بنامیم؛ داریم:



$$AMDK : \hat{M} + \hat{K} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - \alpha$$

$$\xrightarrow{\text{مکمل}} \hat{FDE} = \alpha$$

به همین ترتیب در دو چهارضلعی BKEN و CMFN، نتیجه می‌گیریم که

$$DEF = \beta \text{ و } \hat{EFD} = \gamma$$

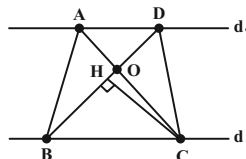
ز متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} \Rightarrow \frac{EF}{12} = \frac{4}{15} \Rightarrow EF = 3/2$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۲» -۴۳





(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۲» -۴۹

تعداد قطرهای یک n ضلعی از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ به دست می‌آید، بنابراین داریم:

$$\frac{(n+3) \times n}{2} = 2 \times \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow n+3 = 2(n-3)$$

$$\Rightarrow n+3 = 2n-6 \Rightarrow n=9$$

اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم برابر $\frac{360}{n}$ است، پس داریم:

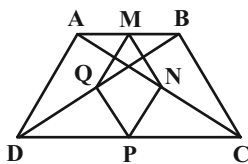
$$اندازه هر زاویه خارجی ۹ ضلعی منتظم = \frac{360}{9} = 40^\circ$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

(جوادر فاطمی)

گزینه «۲» -۵۰

در مثلث ABC ، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC هستند، یعنی داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$$

به دلیل مشابه در مثلث‌های ADC ، BDC و ABD ، به ترتیب

$$NP = \frac{1}{2} AD, PQ = \frac{1}{2} BC, MQ = \frac{1}{2} AD \text{ است و در نتیجه}$$

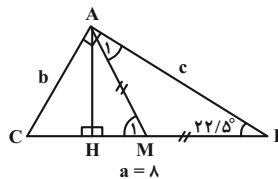
داریم:

$$\text{محیط } MNPQ = MN + NP + PQ + MQ$$

$$= \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD$$

$$= AD + BC = 2 \times 3 = 6$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

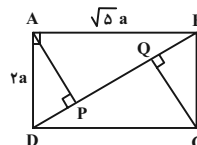


(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

(افشین فاضل‌نار)

گزینه «۴» -۴۷

طبق قضیه فیثاغورس:



$$DB^2 = \Delta a^2 + 2a^2 \Rightarrow DB = 3a$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABD از رأس قائم A عمودی بر وتر BD رسم شده است. بنابراین خواهیم داشت:

$$AD^2 = DP \cdot DB \Rightarrow 2a^2 = DP \cdot 3a \Rightarrow DP = \frac{2}{3} a$$

به طریق مشابه $BQ = \frac{2}{3} a$ ، بنابراین:

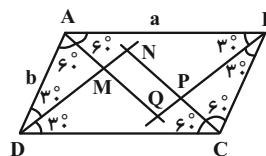
$$PQ = 2a - 2\left(\frac{2}{3} a\right) = \frac{1}{3} a \Rightarrow \frac{AD}{PQ} = \frac{2a}{\frac{1}{3} a} = 6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(افشین فاضل‌نار)

گزینه «۴» -۴۸

با توجه به معلومات مسئله و تعریف متوازی‌الاضلاع، شکل را کامل می‌کنیم. می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر و ضلع مقابل به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است:



$$AQ = \frac{a}{2}, AM = \frac{b}{2} \Rightarrow MQ = AQ - AM = \frac{a-b}{2}$$

$$DN = \frac{\sqrt{3}}{2} a, DM = \frac{\sqrt{3}}{2} b$$

$$\Rightarrow MN = DN - DM = \frac{\sqrt{3}}{2} (a-b)$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{MQ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} (a-b)}{\frac{1}{2} (a-b)} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)



هندسه ۲

۵۱- گزینه «۴»

(فرزانه فاکپاش)

ترکیب دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه 90° در جهت ساعتگرد، یک دوران با زاویه 18° است. دوران تنها در صورتی تبدیل همانی است که زاویه دوران مضر از 36° باشد و در غیر این صورت موقعیت نقطه در صفحه تغییر می‌کند. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» ترکیب دو تبدیل هندسی مشخص شده، یک تبدیل همانی است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۴۹)

۵۲- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

می‌دانیم در یک تجانس به نسبت k ، طول پاره‌خطها $|k|$ برابر و اندازه مساحت‌ها k^2 برابر می‌شود. طول هر ضلع مربعی به طول قطر $\sqrt{2}$ برابر ۱ است. اگر S و S' به ترتیب مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۴ و مساحت مثلث تبدیل یافته آن تحت این تجانس باشند، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{4\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow S' = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۵۳- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومبوب)

ترکیب دو انتقال با بردارهای \vec{v}_1 و \vec{v}_2 ، انتقالی با بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ است. مطابق شکل داریم:

$$\vec{DO} = \vec{OB} \Rightarrow \vec{AO} + \vec{DO} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB}$$

بنابراین کافی است با برداری هم‌اندازه و خلاف جهت \vec{AB} ، انتقال را انجام دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ بر $ABCD$ منطبق گردد که در بین گزینه‌ها، تنها بردار \vec{CD} دارای این ویژگی است، یعنی داریم:

$$\vec{CD} = \vec{BA} = -\vec{AB}$$

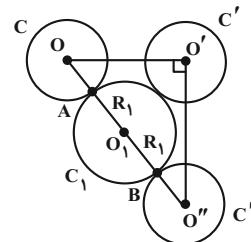
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۵۴- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

دوران تبدیلی طولی است، بنابراین $O'O'' = OO' = 6$ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2 \Rightarrow OO'' = 6\sqrt{2}$$



مطابق شکل C_1 کوچک‌ترین دایره‌ای است که بر هر دو دایره C و C'' مماس است. شعاع دایره‌های C و C'' برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$AB = OO'' - (OA + O''B) = 6\sqrt{2} - 2 \times 2$$

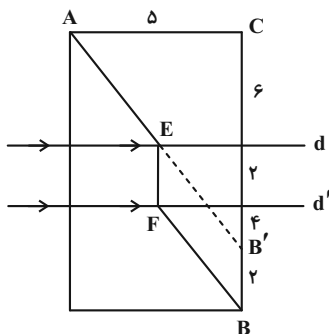
$$\Rightarrow 2R_1 = 6\sqrt{2} - 4 \Rightarrow R_1 = 3\sqrt{2} - 2$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۵- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومبوب)

ابتدا نقطه B را واحد ۲ واحد (به اندازه فاصله بین d و d') به طرف بالا انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. سپس از B' به A وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه E قطع کند و از خط d' عمود رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه F قطع نماید. مسیر $AEFB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن مطابق فرض سؤال است که طول آن برابر $AB' + B'B$ است.



$$\Delta ACB': AB'^2 = AC^2 + CB'^2 = 5^2 + 1^2 = 169$$

$$\Rightarrow AB' = 13$$

$$AB' + B'B = 13 + 2 = 15$$

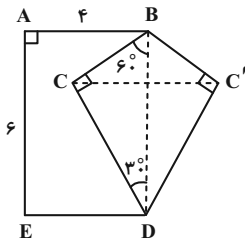
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۵)

۵۶- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آوریم. اگر بازتاب یافته نقطه C را C' بنامیم، آن‌گاه دو مثلث BCD و $BC'D$ هم‌نهشت هستند. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع روبه‌رو به زوایای 30° و 60° درجه به

ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، پس مطابق شکل داریم:



$$BC = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$DC = \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

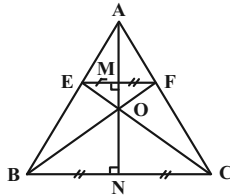
$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$



(هومن عقیلی)

گزینه «۲» - ۵۹

مطابق شکل A مرکز تجانس مستقیم و O مرکز تجانس معکوس است و نقاط A, O, M روی عمودمنصف‌های دو پاره خط EF و BC قرار دارند.



$$\triangle OEF \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{4}$$

میانۀ AN = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$

میانۀ AM = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow MN = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM + ON = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$ON = 4OM$$

$$\Rightarrow OM + 4OM = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

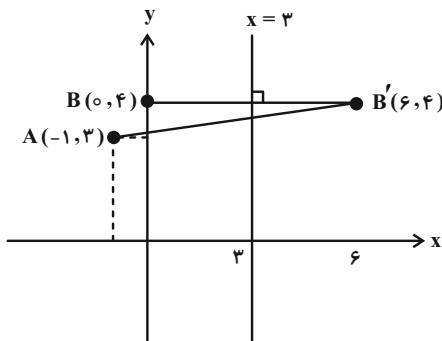
$$\Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{3}}{10} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{3}}{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(هومن عقیلی)

گزینه «۱» - ۶۰

نقطه C(۳, a) روی خط x=۳ حرکت می‌کند. طبق مسئله هرون نقطه C را روی خط x=۳ باید طوری بیابیم که CA+CB کمترین باشد. برای این منظور بازتاب نقطه B را نسبت به خط x=۳ به دست می‌آوریم (نقطه B'(۶, ۴) و آن را به A وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه C قطع کند.



$$m_{AB'} = \frac{4-3}{6+1} = \frac{1}{7} \Rightarrow AB' : y-3 = \frac{1}{7}(x+1)$$

$$x=3 \Rightarrow y = \frac{4}{7} + 3 = \frac{25}{7} \Rightarrow a = \frac{25}{7}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۴)

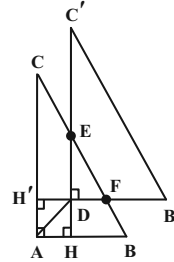
$$2S_{BCD} = 2 \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۴» - ۵۷

نقطه همرسی نیمسازها در مثلث از سه ضلع به یک فاصله است و این فاصله برابر شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی} : r = DH = DH' = \frac{S}{P}$$

$$= \frac{6 \times 8}{\frac{6+8+10}{2}} = \frac{48}{24} = 2$$

از طرفی چهارضلعی DH AH' مربع است.

$$(\hat{A} = \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ, DH = DH')$$

$$AD = \sqrt{2}DH = \sqrt{2}(2) = 2\sqrt{2}$$

طول بردار انتقال $2\sqrt{2}$ است.

$$\triangle ABC : HE \parallel AC \Rightarrow \frac{HE}{AC} = \frac{HB}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{2+DE}{8} = \frac{6-2}{6} \Rightarrow 2+DE = \frac{16}{3} \Rightarrow DE = \frac{10}{3}$$

$$\triangle ABC : H'F \parallel AB \Rightarrow \frac{H'F}{AB} = \frac{H'C}{AC} \Rightarrow \frac{2+DF}{6} = \frac{8-2}{8}$$

$$2+DF = \frac{9}{2} \Rightarrow DF = \frac{5}{2}$$

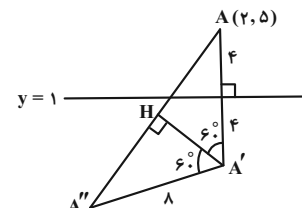
$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE \times DF = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۱» - ۵۸

فاصله نقطه A تا خط d برابر با ۴ است. بنابراین اندازه پاره خط‌های A'A'' و A'A (شعاع دوران) برابر با ۸ خواهد بود. با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\triangle A''HA : \sin 60^\circ = \frac{A''H}{AA''} \Rightarrow A''H = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$AA'' = AH + A''H = 2A''H = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

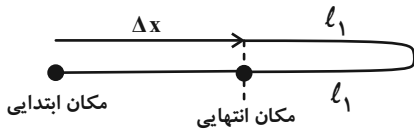
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)



فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۶۱

(معمومه شریعت ناصری)
 جابه‌جایی یعنی برداری که نقطه آغاز و پایان را به هم وصل می‌کند و مسافت طول مسیری است که متحرک طی می‌کند. جابه‌جایی برابر با Δx است و با توجه به شکل مسافت طی شده برابر است با:



مسافت: $l = |\Delta x| + l_1 + l_1 \rightarrow \Delta l = |\Delta x| + 2l_1$

$4|\Delta x| = 2l_1 \Rightarrow l_1 = 2|\Delta x|$

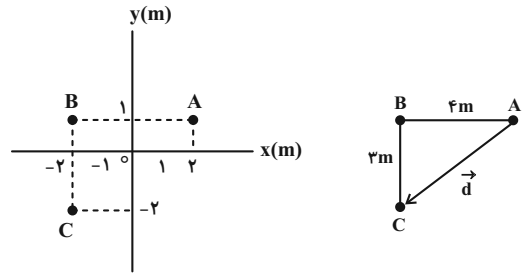
اضلاع نقطه آغاز تا نقطه تغییر جهت
 فاصله نقطه پایان تا نقطه تغییر جهت

$$= \frac{\Delta x + l_1}{l_1} = \frac{\Delta x + 2\Delta x}{2\Delta x} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط، است: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۶۲

(مریم شیخ‌ممو)
 با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط متحرک برابر γm و جابه‌جایی آن برابر $5m$ است. بنابراین داریم:



$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ و $l = 4 + 3 = 7m$

$\frac{l}{d} = \frac{\gamma}{5} = 1/4$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط، است: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۱» - ۶۳

(ممدکاتم منشاری)
 برای به دست آوردن سرعت متوسط باید از فرمول $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده کرد. حال با توجه به این که زمان هر حرکت در دسترس نیست می‌توانیم از فرمول $\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}}$ زمان را محاسبه کرده و در مخرج کسر اول قرار دهیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \frac{\Delta x_3}{v_3}}$$

$$\Delta x = d, \Delta x_1 = \frac{d}{3}$$

$$\Delta x_2 = \frac{d}{2}, \Delta x_3 = d - \frac{d}{2} - \frac{d}{3} = \frac{d}{6}$$

$$= \frac{d}{\frac{d}{3} + \frac{d}{2} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{2d}{6} + \frac{3d}{6} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{6d}{6}} = \frac{d}{1d} = \frac{144}{144} = 1 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط، است: صفحه‌های ۳ و ۹)

گزینه «۴» - ۶۴

(معمومه شریعت ناصری)
 در نمودارهای خطی $x-t$ شیب خط ثابت است. بنابراین سرعت متحرک ثابت بوده و سرعت متوسط در تمام بازه‌های زمانی یکسان و با سرعت لحظه‌ای برابر است. نمودار در بازه‌های صفر تا $6s$ و $6s$ تا $9s$ خطی و شیب نمودار ثابت است. بنابراین سرعت متوسط در بازه صفر تا $6s$ با سرعت متوسط در بازه $6s$ تا $9s$ برابر است. بنابراین:

$|v_{av}| = \frac{|x_{6s} - x_0|}{6} = \frac{|x_{9s} - x_{6s}|}{3}$

$|v_{av}| = \frac{|x_{6s} - x_0|}{6} = \frac{|0 - x_{6s}|}{6} = \frac{|x_{6s}|}{6} \Rightarrow \frac{|x_{6s}|}{6} = \frac{|x_{9s} - x_{6s}|}{3}$

(فیزیک ۳- حرکت بر قط، است: صفحه‌های ۳ و ۹)

گزینه «۳» - ۶۵

(زهره آقاممدری)
 به بررسی عبارت‌های داده شده می‌پردازیم:
 الف) نادرست؛ جهت حرکت متحرک دو بار در لحظه‌های $1s$ و $3s$ عوض شده است.
 ب) نادرست؛ با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_0}{5} = \frac{x_5 - x_0}{5} > 0$

پ) درست؛ وقتی متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند جهت بردار مکان متحرک عوض می‌شود. پس جهت بردار مکان متحرک دو بار در لحظه‌های $2s$ و $4s$ عوض شده است.

ت) درست؛ متحرک در بازه زمانی صفر تا $1s$ و $3s$ تا $5s$ (در مجموع $3s$) در جهت محور x حرکت کرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر قط، است: صفحه‌های ۳ و ۹)



۶۶- گزینه ۲»

(علیرضا بیاری)

گام اول: با توجه به ویژگی‌های رأس سهمی، لحظه $t = \frac{1+5}{2} = 3s$ مربوط به مکان $x = -4m$ است. معادله سهمی را به صورت کلی زیر می‌نویسیم:

$$x = A(t - \alpha)(t - \beta) \xrightarrow{\alpha=1s, \beta=5s, t=3s \Rightarrow x=-4m}$$

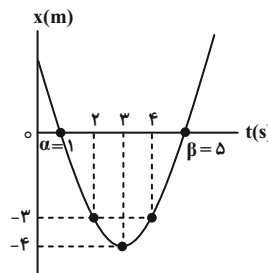
$$-4 = A(3-1)(3-5) \Rightarrow A = 1$$

گام دوم: معادله مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = (t-1)(t-5) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 5$$

گام سوم: دو ثانیه دوم حرکت یعنی از $t = 2s$ تا $t = 4s$ ، مکان متحرک در این دو لحظه و تندی متوسط در این بازه زمانی را حساب می‌کنیم:

$$x = t^2 - 6t + 5 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=2s} x = 2^2 - 6 \times 2 + 5 = -3m \\ \xrightarrow{t=4s} x = 4^2 - 6 \times 4 + 5 = -3m \end{cases}$$



$$l = |-4 - (-3)| + |-3 - (-4)| = 1 + 1 = 2m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2}{4-2} = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، است: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۷- گزینه ۳»

(عبده فقه‌زاده)

می‌دانیم سرعت در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در آن لحظه است. بنابراین، با محاسبه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t و تعریف سرعت متوسط، x را می‌یابیم:

$$v_t = d \text{ شیب خط} = \frac{x-9}{t}$$

$$v_t = 2 \mid v_{av}(4t \text{ تا } 0) \mid \Rightarrow \frac{x-9}{t} = 2 \times \left| \frac{x_{4t} - x_0}{4t - 0} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{x-9}{t} = 2 \times \left| \frac{0-2}{4t} \right| \Rightarrow \frac{x-9}{t} = \frac{4}{4t}$$

$$\Rightarrow x-9=1 \Rightarrow x=10m$$

اکنون با داشتن x می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{av}(t \text{ تا } 0)}{v_{av}(4t \text{ تا } t)} = \frac{\frac{x_t - x_0}{t-0}}{\frac{x_{4t} - x_t}{4t-t}} = \frac{10-2}{t} = -\frac{24}{10} = -2.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، است: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۸- گزینه ۴»

(مریم شیخ‌موم)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست: مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |24-0| + |10-24| = 24+14 = 38m$$

(۲) درست: در لحظه $t = 7s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان که معرف سرعت متحرک است، منفی می‌باشد.

(۳) درست: در بازه زمانی $4s$ تا $6s$ که لحظه $t = 5s$ هم متعلق به این بازه زمانی است، حرکت شتابدار کندشونده می‌باشد (شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است). چون $v > 0$ است، لذا $a < 0$ خواهد بود.

(چون تفرع نمودار رو به پایین است، شتاب منفی است.)

(۴) نادرست: در بازه زمانی صفر تا $2s$ متحرک ساکن است. زیرا در این بازه زمانی سرعت (شیب خط مماس بر نمودار) صفر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، است: صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

۶۹- گزینه ۳»

(مصطفی کیانی)

در لحظه $t = 2s$ که شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان صفر می‌باشد، سرعت متحرک صفر است. از طرف دیگر، چون در بازه زمانی صفر تا $4s$ تفرع نمودار $x-t$ به طرف پایین است، شتاب متوسط متحرک منفی است. بنابراین، با استفاده از رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_{4s} - v_{2s}}{\Delta t} \xrightarrow{a_{av} = -3 \frac{m}{s^2}, v_{2s} = 0, \Delta t = 4-2=2s}$$

$$-3 = \frac{v_{4s} - 0}{2} \Rightarrow v_{4s} = -6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فضا، است: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۷۰- گزینه ۴»

(میشی نکوتیان)

سرعت متوسط در نمودار مکان- زمان، برابر با شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه را به یکدیگر وصل می‌کند، پس در بازه زمانی صفر تا $4s$ داریم:



$$v_{r_0} = v_{r_1} = v, \quad v_r = 0$$

$$v_{r_0} = v' = -\frac{3}{2}v$$

$$|a_{av}(0, 20)| = \left| \frac{v - 0}{-\frac{3}{2}v - v} \right|$$

$$= \left| \frac{v}{-\frac{5}{2}v} \right| = 0.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(غرشید رسولی)

۷۲- گزینه «۳»

نکته ۱: علامت سرعت تعیین کننده جهت حرکت است.

نکته ۲: شیب نمودار سرعت- زمان برابر با شتاب حرکت است.

خودرو با سرعت اولیه منفی شروع به حرکت کرده و تا لحظه t_1 سرعتش منفی است یعنی در جهت منفی محور X حرکت کرده است. در بازه صفر تا t_1 سرعت و شتاب هر دو منفی هستند و حرکت تندشونده در جهت منفی محور X است.

در بازه t_1 تا t_2 سرعت منفی و شتاب مثبت است و حرکت کندشونده در جهت منفی محور X است.

در بازه t_2 تا t_3 سرعت صفر شده و خودرو ساکن است اما در مورد این که در مکان مثبت یا منفی قرار دارد نمی‌توان اظهار نظر نمود.

در بازه t_3 تا t_4 سرعت و شتاب هر دو مثبت‌اند و حرکت تندشونده در جهت مثبت محور X است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(غرشید رسولی)

۷۳- گزینه «۱»

نکته ۱: شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب است.

نکته ۲: شتاب، آهنگ تغییر سرعت است.

بررسی موارد:

الف) درست؛ در بازه زمانی t_1 تا t_2 شیب نمودار سرعت- زمان صفر است، بنابراین حرکت یکنواخت خواهد بود.

ب) درست؛ در لحظه‌های t_1 و t_3 شیب خط مماس بر نمودار صفر و شتاب هم صفر است. همچنین شیب نمودار در بازه t_1 تا t_2 صفر و در نتیجه شتاب صفر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/25 = \frac{x_B - (-3)}{4} \Rightarrow x_B = -8m$$

بنابراین سرعت متوسط در بازه زمانی ۴s تا ۱۰s برابر است با:

$$v_{av} = \frac{0 - (-8)}{10 - 4} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

از طرفی می‌دانیم که در نمودار مکان- زمان، سرعت در هر لحظه دلخواه برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. پس:

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = \frac{0 - (-8)}{4 - 0} = 2 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 10s \Rightarrow v_2 = 0$$

و در نهایت شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 10s$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

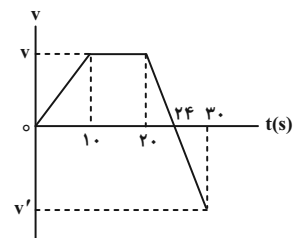
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 2}{10 - 4} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(زهرا آقاممیری)

۷۱- گزینه «۲»

در بازه زمانی ۲۰s تا ۳۰s شیب نمودار ثابت است، در نتیجه می‌توانیم رابطه‌ای بین v و v' بیابیم:



$$\frac{0 - v}{24 - 20} = \frac{v' - 0}{30 - 24} \Rightarrow -\frac{v}{4} = \frac{v'}{6} \Rightarrow v' = -\frac{3}{2}v$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط، نسبت شتاب متوسط در بازه صفر تا ۲۰s به بازه ۱۰s تا ۳۰s را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{a_{av}(0, 20)}{a_{av}(10, 30)} = \left| \frac{v_{20} - v_0}{v_{30} - v_{10}} \right| = \left| \frac{20 - 0}{30 - 10} \right|$$



$$x = vt + x_0 \xrightarrow[v_0 = -5 \frac{m}{s}]{v = -5 \frac{m}{s}} x = -5t + 25$$

اکنون لحظه تغییر جهت بردار مکان را می‌یابیم. دقت کنید، در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

$$x = -5t + 25 \xrightarrow{x=0} 0 = -5t + 25 \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۷۷- گزینه «۳» (علیرضا بیاری)

گام اول: با توجه به این که نمودار مکان-زمان به صورت یک خط با شیب ثابت است، حرکت با سرعت ثابت می‌باشد و معادله مکان آن به صورت $x = vt + x_0$ است. با جایگذاری دو نقطه معلوم، معادله مکان این حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 4s \\ x = -6m \end{array} \Rightarrow -6 = 4v + x_0 \right. \Rightarrow 32 = 8v \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 12s \\ x = 26m \end{array} \Rightarrow 26 = 12v + x_0 \right.$$

$$-6 = 4 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -22m$$

پس معادله مکان متحرک به صورت $x = 4t - 22$ است.

گام دوم: لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که $x = 0$ می‌شود. این لحظه را پیدا می‌کنیم:

$$x = 4t - 22 \xrightarrow[t=t_1]{x=0} 0 = 4t_1 - 22 \Rightarrow t_1 = 5.5s$$

گام سوم: لحظه‌ای را که بردار مکان متحرک به صورت $\vec{x} = 14\vec{i}$ است به دست می‌آوریم:

$$x = 4t - 22 \xrightarrow[t=t_2]{x=14m} 14 = 4t_2 - 22 \Rightarrow t_2 = 9s$$

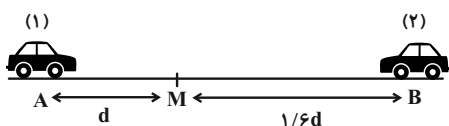
گام چهارم: فاصله زمانی خواسته شده بین t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

$$t_2 - t_1 = 9 - 5.5 = 3.5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۸- گزینه «۲» (سیره ملیحه میرصالحی)

ابتدا سرعت متحرک (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:



پ) نادرست؛ در بازه زمانی t_5 تا t_6 شیب نمودار منفی و ثابت است. بنابراین شتاب ثابت و منفی و در نتیجه آهنگ تغییر سرعت ثابت و منفی است.

ت) نادرست؛ آهنگ تغییر سرعت همان شتاب است. با توجه به این که شیب خط مماس در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 ثابت نیست، بنابراین آهنگ تغییر سرعت در این بازه‌های زمانی ثابت نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۷۴- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ شتاب متحرک همواره منفی است. زیرا شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب می‌باشد، منفی است.

ب) درست؛ اندازه سرعت ابتدا کاهش می‌یابد تا به صفر می‌رسد و در ادامه در جهت منفی افزایش می‌یابد.

پ) نادرست؛ اندازه شتاب ابتدا افزایش می‌یابد و در ادامه کاهش می‌یابد.

زیرا اندازه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب می‌باشد، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

ت) درست؛ زیرا در بازه زمانی صفر تا t' ، $\Delta v < 0$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۵- گزینه «۲» (مریم شیخ‌ممو)

چون در بازه صفر تا t_4 نمودار $v-t$ زیر محور t می‌باشد، سرعت همواره منفی می‌باشد، بنابراین متحرک در تمام این مدت بدون تغییر جهت در جهت منفی محور x حرکت کرده است. از طرف دیگر، چون در لحظه‌های t_1 و t_2 شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر صفر می‌باشد، لذا در این لحظه‌ها، شتاب صفر می‌باشد. بنابراین، شتاب متحرک سه بار صفر شده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۶- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

ابتدا معادله حرکت متحرک را می‌نویسیم. چون تندی و جهت حرکت ثابت است، سرعت متحرک ثابت خواهد بود. بنابراین، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت و با توجه به این که $v < 0$ است، داریم:



$$v_A = \frac{54 - 24}{10} = \frac{30}{10} = 3 \frac{m}{s}$$

$$x = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 24m} x_A = 3t + 24$$

$$t_1 = 6s \Rightarrow x_1 = 3 \times 6 + 24 = 42m$$

$$t_2 = 14s \Rightarrow x_2 = 3 \times 14 + 24 = 66m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(علی بزرگر)

۸۰- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست؛ چون اندازه شیب دو خط ثابت و برابر است.

$$A \text{ شیب خط} = \frac{5 - (-10)}{3 - 0} = 5 \frac{m}{s}$$

$$B \text{ شیب خط} = \frac{5 - 20}{3 - 0} = -5 \frac{m}{s}$$

ب) نادرست؛ با توجه به علامت شیب‌ها $v_A = -v_B$ است.

پ) نادرست؛ با توجه به جهت حرکت دو متحرک داریم:

$$\Delta x_A = -\Delta x_B$$

ت) درست؛ چون به جای جابه‌جایی اندازه آن داده شده است لذا داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_A| = |20 - (-10)| = 30m \\ |\Delta x_B| = |-10 - 20| = 30m \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_A| = |\Delta x_B|$$

ث) نادرست؛ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان نشان‌دهنده

سرعت متحرک است. چون شیب خط راست ثابت است، پس سرعت

لحظه‌ای و متوسط با هم برابر و مقدار ثابتی است. پس برای متحرک B

داریم:

$$v_{av} = v_{av} \\ 2s \text{ تا } 0 \quad 6s \text{ تا } 2s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹ و ۱۳ تا ۱۵)

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{d}{4}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{1/6d}{4} = 0/4d$$

اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا دو متحرک ادامه مسیر را طی کنند،

می‌یابیم:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\Delta x_1 = 1/6d, v_1 = \frac{d}{4}} \Delta t_1 = \frac{1/6d}{\frac{d}{4}} = 6/4s$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\Delta x_2 = d, v_2 = 0/4d} \Delta t_2 = \frac{d}{0/4d} = 2/5s$$

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = 6/4 - 2/5 = 3/9s$$

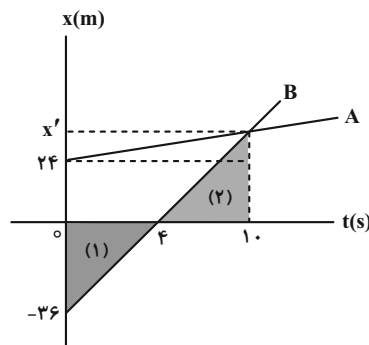
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۸)

(شیلا شیرزادی)

۷۹- گزینه «۳»

ابتدا به کمک تشابه دو مثلث (۱) و (۲) که در شکل مشخص شده، مکانی را

که این دو جسم به هم رسیده‌اند مشخص می‌کنیم:



$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{10 - 4}{4 - 0} = \frac{x'}{36} \Rightarrow 4x' = 6 \times 36 \Rightarrow x' = 6 \times 9 = 54m$$

یعنی در لحظه ۱۰ ثانیه دو متحرک در مکان ۵۴ متری به هم رسیده‌اند.

دقت کنید در لحظه صفر فاصله دو متحرک از هم $60m = 24 + 36$ بوده

است و پس از ۱۰ ثانیه این فاصله صفر شده است. یعنی هر ثانیه فاصله دو

جسم ۶ متر تغییر کرده است. پس اگر بخواهیم فاصله دو جسم ۲۴ متر شود،

$(4 = 24 + 6)$ ۴ ثانیه قبل یا ۴ ثانیه بعد از ۱۰ ثانیه را باید حساب کرد.

یعنی $t_1 = 6s$ یا $t_2 = 14s$.

اکنون برای به دست آوردن مکان متحرک A، ابتدا سرعت A را از روی

شیب خط به دست می‌آوریم:



فیزیک ۱

۸۱- گزینه «۲»

(علیرضا بیاری)

مایع A درون لوله شکل (الف)، پایین تر از سطح آزاد مایع و به صورت برآمده قرار دارد. پس نیروی هم‌جسبی مولکول‌های آن بیشتر از نیروی دگرجسبی بین مولکول‌های مایع A و شیشه است. بنابراین مایع A به صورت قطره‌های کروی روی سطح شیشه‌ای تمیز قرار می‌گیرد. (درستی «الف»)

ارتفاع‌های h_1 و h_2 به طول قسمت خالی لوله در بالا و طول قسمت پر لوله در پایین ربطی ندارند. بلکه در تعیین آن‌ها ۳ عامل زیر مؤثرند:

۱- جنس سطح داخل لوله

۲- جنس مایع

۳- قطر لوله (درستی «ت» و نادرستی «ب»)

هر چه قطر لوله موئین بیشتر باشد h_1 و h_2 کاهش می‌یابند. (نادرستی «پ»)

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۸۲- گزینه «۱»

(مهم‌الکظم منشاری)

ابتدا محاسبه می‌کنیم که نیروی وارد بر ته لوله معادل با فشار چند سانتی‌متر جیوه می‌باشد. از فرمول $P = \frac{F}{A}$ می‌توان حداکثر فشار تحملی ته لوله را برحسب cmHg به دست آورد.

$$pgh = \frac{F}{A} = \frac{40 / 8N}{10 \times 10^{-4}} = 13600 \times 10 \times h$$

حداکثری

$$\Rightarrow h \text{ حداکثری} = 30 \text{ cm}$$

حال فشار وارد بر ته لوله را در همین حالت محاسبه می‌کنیم:

ارتفاع ظرف را از فرمول $h = L \times \sin 53^\circ$ محاسبه می‌کنیم.

$$P - pgh' = pgh \Rightarrow 1 / 0.064 \times 10^5 - 13600 \times 10 \times 0.6 \times 0.8$$

$$= 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 26 \text{ cm}$$

طبق رابطه زیر می‌فهمیم که می‌توان به ارتفاع ۴cm لوله را در جیوه فرو برد. اما به دلیل زاویه لوله با سطح مقدار جابه‌جایی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$h \text{ کنونی} - h \text{ حداکثری} = 30 - 26 = 4 \text{ cm}$$

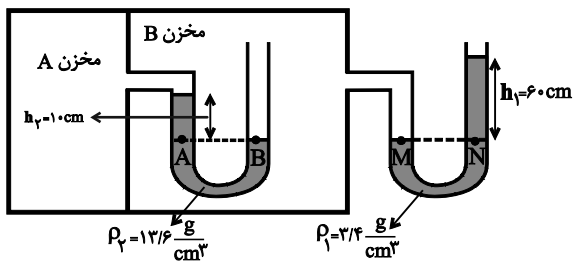
$$4 \text{ cm} + \sin 53^\circ = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۳- گزینه «۴»

(مهم‌مقدم)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{A \text{ مخزن}} + \rho_2 g h_2 = P_{B \text{ مخزن}} \quad (1)$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{B \text{ مخزن}} = \rho_1 g h_1 + P. \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} P_{A \text{ مخزن}} + \rho_2 g h_2 = \rho_1 g h_1 + P.$$

$$\Rightarrow P_{A \text{ مخزن}} - P. = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P_g = 3 / 4 \times 10^3 \times 10 \times 0.6 - 13 / 6 \times 10^3 \times 10 \times 0.1$$

$$= 20 / 4 \times 10^3 - 13 / 6 \times 10^3 = 6 / 8 \times 10^3 \text{ Pa} = 6 / 8 \text{ kPa}$$

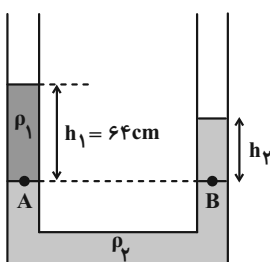
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۴- گزینه «۴»

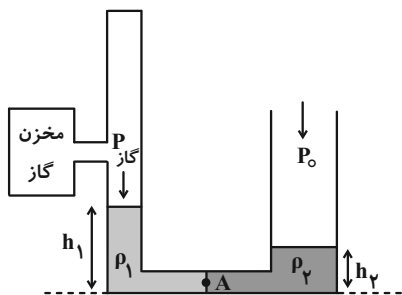
(عبداله فقه‌زاده)

ابتدا با استفاده از نقاط هم‌تراز A و B که فشار یکسانی دارند، ارتفاع

h_2 را می‌یابیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P. = \rho_2 g h_2 + P. \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$



$$P_{\text{مخزن گاز}} + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} - P_0 = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow P_g = g(\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1) \quad (*)$$

از طرفی با توجه به این که سؤال گفته جرم مایع‌ها برابر است. پس:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 h_1 = \rho_1 \times 3 h_1 = 3 \cdot$$

$$\Rightarrow \rho h = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A_2 h_2 = \rho_2 \times 6 h_2 = 3 \cdot$$

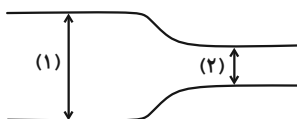
$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_g = 10 \times (50 - 100) = -500 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۸۶- گزینه «۱» (سیره ملیحه میرصالحی)

آهنگ شارش آب در طول لوله ثابت است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\frac{d_1 = 13/6 \text{ cm}, d_2 = 6/8 \text{ cm}}{v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \left(\frac{13/6}{6/8}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{5}\right)$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۸۷- گزینه «۴» (علی عاقلی)

طبق معادله پیوستگی، تندی شاره با سطح مقطع لوله نسبت عکس دارد.

بنابراین $\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{4}$. اما در مورد فشار، طبق اصل برنولی می‌دانیم

فشار در مقطع باریک‌تر، کم‌تر است اما لزوماً $\frac{1}{4}$ نیست.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

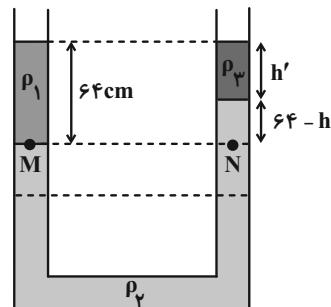
$$\rho_1 = \frac{1 \text{ g}}{\text{cm}^3} \rightarrow 1 \times 64 = 1/6 h_2$$

$$\rho_2 = 1/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow h_2 = 40 \text{ cm}$$

اکنون با ریختن مایع ρ_2 در شاخه سمت راست، برای نقاط هم‌تراز M و

N داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + \rho_2 g h_2 + P_0$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_2 h_2 \xrightarrow{\rho_2 = 1/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

$$1 \times 64 = 1/6 \times (64 - h') + 1/6 h' \Rightarrow 80 = 2 \times (64 - h') + h'$$

$$h' = 128 - 80 = 48 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع جدید مایع } \rho_2 \text{ در شاخه سمت راست} = 64 - 48 = 16 \text{ cm}$$

می‌بینیم تفاوت ارتفاع مایع ρ_2 در شاخه‌های سمت راست و چپ که قبل از

ریختن مایع ρ_2 برابر ۴۰ cm بوده است به ۱۶ cm رسیده است. یعنی

۲۴ cm کاهش یافته است. بنابراین، ارتفاع مایع ρ_2 از شاخه سمت راست

۱۲ cm پایین آمده است و در طرف دیگر ۱۲ cm بالا رفته است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۸۵- گزینه «۲» (شیدا شیرزادی)

با توجه به شکل، فشار دو مایع در دو طرف نقطه A یکسان است. پس

داریم:



۸۸- گزینه «۴»

(علی کل ممردی رامشه)

شناور بودن جسم A نشان می‌دهد که این جسم چگالی کمتری نسبت به مایع (با چگالی ρ_0) دارد. جسم B در حال پایین رفتن است یعنی چگالی جسم B از ρ_0 بیش‌تر است و جسم C به علت غوطه‌وری درون آب نشان می‌دهد که چگالی برابر با آب دارد.

پس در نهایت: $\rho_B > \rho_C = \rho_0 > \rho_A$

از طرفی اجسام A و C در حالت شناوری و غوطه‌وری به تعادل رسیده‌اند و

این یعنی: $W = F_C = F_A$

اما جسم B در حال پایین رفتن است، یعنی $W > F_B$. در نتیجه داریم:

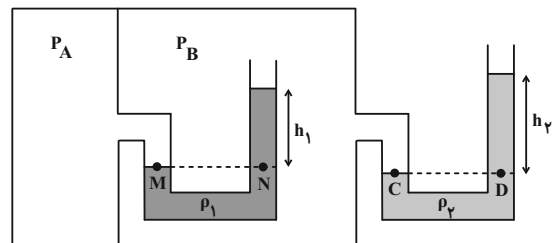
$F_C = F_A > F_B$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۹- گزینه «۲»

(معمور منصور)

اگر چگالی آب را با ρ_1 و چگالی روغن را با ρ_2 نمایش دهیم، با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho_1 g h_1 \quad (I)$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_B = P_C + \rho_2 g h_2 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} P_A = P_C + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_A - P_C}_A = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

فشار پیمانانه‌ای مخزن A

با توجه به داده‌های سؤال $h_2 = h_1 + \frac{20}{100} h_1 = 1/2 h_1$ خواهیم داشت:

$$0 / 392 \times 10^4 = (1000 \times 10 \times h_1) + (800 \times 10 \times 1/2 h_1)$$

$$\Rightarrow 3920 = 19600 h_1 \Rightarrow h_1 = 0 / 2 m = 20 cm$$

$$h_2 = 1/2 h_1 = 1/2 \times 20 = 10 cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۰- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

گام اول: ابتدا فشار گاز درون لوله را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{F=21/76 N, A=2 cm^2=2 \times 10^{-4} m^2} P = \frac{21/76}{2 \times 10^{-4}} = 10 / 88 \times 10^4 Pa$$

گام دوم: فشار محیط را که $75 cmHg$ داده شده، برحسب پاسکال به

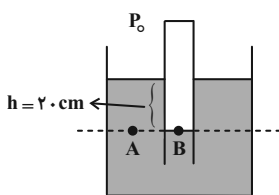
دست می‌آوریم؛ اگر چگالی جیوه $\frac{g}{cm^3}$ و $13/6$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$ باشد

می‌توان نوشت:

$$P_{(Pa)} = P_{(cmHg)} \times 1360 \xrightarrow{P_0=75 cmHg} P_0 = 75 \times 1360 Pa$$

گام سوم: فشار گاز درون لوله، همان فشار در نقطه B است. از طرفی فشار

در نقطه A با فشار در نقطه B برابر است. پس می‌توان نوشت:



$$P_B = P_A = P_0 + \rho g h \xrightarrow{P_A = P_0 = 10 / 88 \times 10^4 Pa, P_0 = 75 \times 1360 Pa, g = 10 \frac{N}{kg}, h = 20 cm = 0 / 2 m}$$

$$108800 = 75 \times 1360 + \rho \times 10 \times \frac{2}{10} \Rightarrow 6800 = 2\rho$$

$$\Rightarrow \rho = 3400 \frac{kg}{m^3} = 3 / 4 \frac{g}{cm^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)



فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۱»

(ممبر کاظم منشاری)

ابتدا مشخص می کنیم ظرفیت خازن چند برابر می شود:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{A=\text{ثابت}} \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'}$$

$$\xrightarrow{d'=3d} \frac{C'}{C} = \frac{d}{3d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{1}{3}$$

اکنون با استفاده از رابطه $Q = CV$ داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \times \frac{V'}{V} \xrightarrow{V'=2V}$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{1}{3} \times \frac{2V}{V} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

۹۲- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

گام اول: وقتی دو سر خازن به دو سر یک باتری متصل است، هر تغییری در ساختمان خازن ایجاد کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر خازن تغییر نکرده و ثابت می ماند. با توجه به رابطه انرژی خازن می توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

گام دوم: انرژی خازن ۴۰ درصد افزایش داشته است. پس داریم:

$$U_2 = U_1 + \frac{40}{100} U_1 = U_1 + 0.4 U_1 = 1.4 U_1$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{U_2=1.4U_1} \frac{1.4U_1}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1.4$$

گام سوم: رابطه ظرفیت خازن بر حسب مشخصات ساختمانی آن به صورت

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

هستند. اما فاصله دو صفحه از یکدیگر تغییر کرده است ظرفیت خازن با فاصله دو صفحه از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{C_2}{C_1}=1.4, d_1=7\text{mm}} 1.4 = \frac{7}{d_2} \Rightarrow d_2 = 5\text{mm}$$

گام چهارم: تغییر فاصله بین دو صفحه را به دست می آوریم:

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 5 - 7 = -2\text{mm}$$

علامت منفی نشان می دهد که باید فاصله دو صفحه را ۲ میلی متر کاهش دهیم.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه های ۳۵ تا ۴۰)

۹۳- گزینه «۲»

(فرشید رسولی)

ابتدا با بسته شدن کلید k_1 مقدار بار الکتریکی ذخیره شده در خازن را محاسبه می کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_1 = CV_1 = 32 \times 10 = 320 \mu\text{C}$$

با باز شدن کلید k_1 و وصل شدن کلید k_2 بار الکتریکی جدید ذخیره شده در خازن را محاسبه می کنیم:

$$Q_2 = CV_2 = 32 \times 15 = 480 \mu\text{C}$$

تغییرات بار الکتریکی روی هر صفحه خازن را به دست می آوریم:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 480 - 320 = 160 \mu\text{C}$$

این تغییر بار الکتریکی در خازن ناشی از جابه جایی الکترون ها بین دو صفحه آن است:

$$\Delta Q = ne \Rightarrow n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{160 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 10^{15}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه های ۴، ۳۲ تا ۴۰)

۹۴- گزینه «۲»

(محمود منصوری)

بررسی عبارت ها:

الف) نادرست؛ حضور دی الکتریک، باعث افزایش حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن می شود و احتمال فروریزش را کاهش می دهد.

ب) درست

پ) درست

ت) درست؛ زیرا اگر فاصله صفحات نصف شود، ظرفیت خازن دو برابر

می شود. در خازن جدا از مولد با توجه به رابطه $U = \frac{q^2}{2C}$ و ثابت بودن

(q^2) و افزایش (C)، انرژی (U) کاهش می یابد، پس جرقه ضعیف تری

زده می شود.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه های ۳۲ تا ۴۰)

۹۵- گزینه «۴»

(مبین نوریان)

ابتدا با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از مقاومت را به دست می آوریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{360 \times 10^{-3}}{1/8} = 2\text{A}$$

سپس بار الکتریکی ذخیره شده در باتری را بر حسب آمپر- دقیقه محاسبه می کنیم:

$$q = 9/6 \times 10^4 \mu\text{A} \cdot \text{h} = (9/6 \times 10^4)(10^{-6} \text{A})(60 \text{min})$$

$$= 5/76 \text{A} \cdot \text{min}$$

و در نهایت داریم:

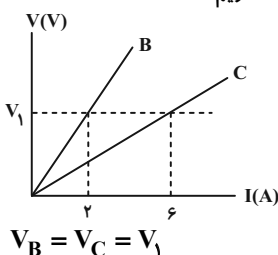
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{5/76}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2/88 \text{min}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه های ۴۶ تا ۵۰)

۹۶- گزینه «۴»

(شیلدا شیرزازی)

با توجه به شکل، ابتدا نسبت دو مقاومت را به دست می آوریم. همان طور که پیداست، به ازای اختلاف پتانسیل ثابت V_1 داریم:



$$V_B = V_C = V_1$$



(سیره ملیحه میرصالحی)

۹۸- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت $\frac{A_B}{A_A}$ را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{R_B = R_A \cdot \rho_B = 2\rho_A}{L_B = L_A} \rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = 2$$

جرم سیم B، ۶ برابر جرم سیم A است. بنابراین با استفاده از رابطه‌های

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ و } V = AL \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=AL}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A} \Rightarrow 6 = \frac{1}{\rho_A} \times 2 \times 1 \Rightarrow \rho_A = \frac{1}{6} = 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(مصطفی کیانی)

۹۹- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه مقاومت با دما، تغییر دما را می‌یابیم:

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow{R_T = 52 \Omega, R_1 = 50 \Omega} \alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{K} \text{ یا } \frac{1}{^\circ C}$$

$$52 = 50 \times (1 + 4 \times 10^{-4} \Delta T) \Rightarrow 52 = 50 + 0.02 \Delta T$$

$$\Rightarrow 2 = 0.02 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100^\circ C$$

اکنون دما را حساب می‌کنیم:

$$\Delta T = T_T - T_1 \xrightarrow{T_1 = 20^\circ C} 100 = T_T - 20 \Rightarrow T_T = 120^\circ C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(زهرا آقاممیری)

۱۰۰- گزینه «۳»

مقاومت (LDR) نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. بنابراین در مدار شکل (الف) با افزایش روشنایی لامپ، از مقاومت LDR کاسته شده و شدت نور لامپ LED بیشتر می‌شود. دیود، جریان را تنها از یک مسیر عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است. در مدار شکل (ب) دیود خلاف جهت جریان در مدار قرار گرفته است، پس با بستن کلید، جریان از مدار عبور نمی‌کند و لامپ خاموش می‌ماند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

$$R_B I_B = R_C I_C \Rightarrow 2R_B = 6R_C \Rightarrow \frac{R_B}{R_C} = 3$$

حال با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{L_B}{L_C} \times \frac{A_C}{A_B}$$

$\frac{\rho_B}{\rho_C} = 1$ می‌باشد چون هر دو رسانا هم جنس هستند. از طرفی طبق سؤال چون

دو رسانا سطح مقطع برابر دارند، پس $\frac{A_C}{A_B}$ نیز مساوی یک است. پس:

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{L_B}{L_C} = 3 \Rightarrow L_B = 3L_C$$

یعنی طول رسانای B، سه برابر طول رسانای C می‌باشد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

(علیرضا جباری)

۹۷- گزینه «۳»

گام اول: چون جرم و جنس سیم‌ها یکسان است، حجم آن‌ها نیز با هم برابر است. پس برای دو سیم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{A_A}{A_B}$$

گام دوم: با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ بین دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{A_A}{A_B}, \frac{L_B}{L_A} = \frac{A_A}{A_B}} \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2$$

$$\frac{A_A = \frac{\pi D_A^2}{4}}{A_B = \frac{\pi D_B^2}{4}} \rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4$$

گام سوم: مقاومت الکتریکی سیم B، ۳۶ درصد کمتر از مقاومت الکتریکی سیم A است، پس داریم:

$$R_B = R_A - 0.36 R_A \Rightarrow R_B = 0.64 R_A$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4 \xrightarrow{\frac{R_B}{R_A} = 0.64 R_A, D_B = \sqrt{2} \text{mm}} \frac{0.64}{100} = \left(\frac{D_A}{\sqrt{2}}\right)^4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{D_A^4}{2} \Rightarrow D_A = \sqrt[4]{\frac{1}{5}}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

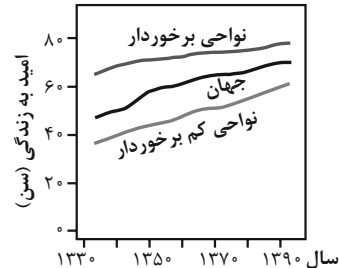


شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(امیرمسین معروفی)

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم‌تر برخوردار (توسعه نیافته) بیش‌تر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)

عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) فرمول مولکولی اسید چرب سازنده این استر سه عاملی به صورت $C_{18}H_{36}O_2$ یا $C_{17}H_{35}COOH$ می‌باشد.

(ب) با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن، ۶ پیوند C-O وجود دارد.

(پ) ۳ مول صابون با فرمول $CH_3(CH_2)_{16}COONa$ تولید می‌شود.

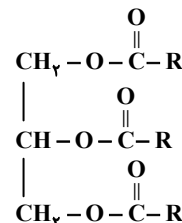
(ت) این ترکیب دارای پیوند O-H نمی‌باشد، پس قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

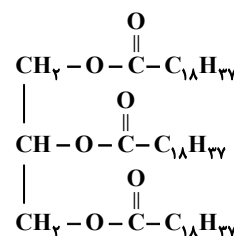
(مرتضی فوش‌کیش)

با توجه به ساختار کلی استرهای بلند زنجیر سه عاملی که به صورت زیر است، می‌توان تعداد کربن‌های گروه‌های R را به صورت زیر حساب کرد:



$$R \text{ تعداد کربن‌های گروه} = \frac{60-6}{3} = 18$$

بنابراین فرمول ساختاری استر بلند زنجیر با ۶۰ اتم کربن به صورت زیر است و جرم مولی این ترکیب برابر $922 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ می‌باشد.



با توجه به ساختار استر بلند زنجیر می‌توان نتیجه گرفت که از واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول $C_{19}H_{37}O_2Na$ تولید می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۰۴- گزینه «۱»

(امیرمسین معروفی)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

مخلوط شماره «۱»، محلول و مخلوط شماره «۲»، کلئید است.

بررسی برخی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: محلول‌ها برخلاف کلئیدها، مخلوط‌هایی همگن هستند.

عبارت «ب»: کلئیدها را می‌توان همانند پلی بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.

عبارت «ت»: مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده یک کلئید است و ذرات آن از ذره‌های محلول‌ها بزرگ‌تر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۰۵- گزینه «۳»

(سپار نفتی)

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow -\log[\text{H}^+] = 3/2 = 4 - 0/5 - 0/3$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \log[\text{H}^+] = -4 + 0/5 + 0/3 = \log 10^{-4} + \log 3 + \log 2$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = [\text{H}_3\text{PO}^+]$$

حال اگر فرض کنیم که یک لیتر از محلول داریم:

$$? \text{ g H}_3\text{PO}^+ = 1 \text{ L محلول} \times \frac{6 \times 10^{-4} \text{ mol H}_3\text{PO}^+}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{19 \text{ g H}_3\text{PO}^+}{1 \text{ mol H}_3\text{PO}^+}$$

$$= 6 \times 19 \times 10^{-4} \text{ g H}_3\text{PO}^+$$

$$? \text{ g محلول} = 1 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1/2 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}}$$

$$= 120 \text{ g محلول}$$

$$\text{ppm} \text{ برحسب H}_3\text{PO}^+ \text{ غلظت} = \frac{\text{جرم H}_3\text{PO}^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{6 \times 19 \times 10^{-4}}{1200} \times 10^6$$

$$= 9/5$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ و ۲۸)

۱۰۶- گزینه «۳»

(رضا سلیمانی)

با توجه به رابطه تفکیک استیک اسید داریم:



| | | |
|-------------|----|----|
| M | ۰ | ۰ |
| قبل از یونش | | |
| M-x | +x | +x |
| بعد از یونش | | |

$$K_a = \frac{x^2}{M-x} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a = \frac{x^2}{M} \Rightarrow x = \sqrt{K_a \times M}$$

$$V' = 1 + 3 = 4 \text{ mL} \Rightarrow V' = 4V \Rightarrow M' = 0/25 \text{ M}$$



| | | |
|-------------|-----|-----|
| ۰/۲۵M | ۰ | ۰ |
| قبل از یونش | | |
| ۰/۲۵M-x' | +x' | +x' |
| بعد از یونش | | |

$$K_a = \frac{x'^2}{0/25 \text{ M} - x'} \xrightarrow{K_a < 10^{-4}} K_a = \frac{x'^2}{0/25 \text{ M}}$$

$$\Rightarrow x' = \sqrt{K_a \times 0/25 \text{ M}}$$



$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow \frac{(4 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{16 \times 10^{-3}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

دقت کنید که به ازای تولید هر مول A^- همان مقدار H^+ تولید می‌شود.
مقدار pH محلول برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-3} = 3 - \log 4$$

$$= 3 - \log 4 = 3 - 2 \log 2 = 2 / 4$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-3}} = 2 / 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{pH}{[OH^-]} = \frac{2 / 4}{2 / 5 \times 10^{-12}} = 9 / 6 \times 10^{11}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۰۹- گزینه «۲» (معمد آفونری)

با افزودن آب به اسید pH به ناحیه خنثی نزدیک می‌شود. یعنی pH افزایش می‌یابد. (رد گزینه‌های «۱» و «۳»)

$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH = -\log 10^{-2} = 2$ pH اولیه محلول اسید: pH گزینه «۲»: پس از افزودن آب غلظت جدید اسید برابر است با:

$$\text{mol HI} = M \times V = 0 / 01 \times 0 / 02 = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[HI] = [H^+] = \frac{2 \times 10^{-4}}{(20 + 30) \times 10^{-3}} = 0 / 004 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log 4 \times 10^{-3} = 2 / 4$$

تغییر pH نسبت به اسید اولیه برابر $0 / 4$ است. پس گزینه «۲» صحیح است. گزینه «۴» پس از افزودن آب غلظت جدید اسید برابر است با:

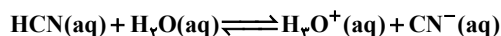
$$\text{mol HI} = M \times V = 0 / 01 \times 0 / 07 = 7 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[HI] = [H^+] = \frac{7 \times 10^{-4}}{(70 + 30) \times 10^{-3}} = 0 / 007 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log 7 \times 10^{-3} = 3 - 0 / 85 = 2 / 15$$

تغییر pH نسبت به اسید اولیه برابر $0 / 15$ است پس گزینه «۴» نادرست است.
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱۰- گزینه «۲» (جعفر پاروکی)



$$pH = 5 / 4 \Rightarrow [H^+] = [CN^-] = 10^{-5/4} = 4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[H_3O^+][CN^-]}{[HCN]} = \frac{(4 \times 10^{-6})^2}{[HCN]} = 4 / 8 \times 10^{-10}$$

$$\Rightarrow [HCN] = \frac{1}{3} \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_3O^+] = [HCN] \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4 \times 10^{-6}}{\frac{1}{3} \times 10^{-2}} = 1 / 2 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \% \alpha = 0 / 012$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-6}} = 2 / 5 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{2 / 5 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-6}} = 6 / 25 \times 10^{-6}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

با توجه به رابطه درجه یونش:

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{x'}{0 / 25 M}}{\frac{x}{0 / 25 M}} = \frac{x'}{x} \times \frac{M}{0 / 25 M} = \frac{x'}{x} \times 4$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{\sqrt{K_a \times 0 / 25 M}}{\sqrt{K_a \times M}} = \sqrt{0 / 25} = 0 / 5$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{x'}{x} \times 4 = 0 / 5 \times 4 = 2$$

برای محاسبه تغییر pH به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$[H^+]_1 = \sqrt{K_a \times M} \Rightarrow [H^+]_1 = \sqrt{1 / 8 \times 10^{-5} \times 10^{-2}}$$

$$= \sqrt{18 \times 10^{-8}} = 3 \sqrt{2} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH_1 = 4 - \log 3 - \frac{1}{2} \log 2$$

$$= 4 - 0 / 5 - 0 / 15 = 3 / 35$$

$$[H^+]_2 = \sqrt{K_a \times M_2} \Rightarrow [H^+]_2 = \sqrt{1 / 8 \times 10^{-5} \times \frac{1}{4} \times 10^{-2}}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{18 \times 10^{-8}} = \frac{1}{2} \times 3 \sqrt{2} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

برای راحت‌تر شدن محاسبات $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}$ می‌نویسیم:

$$[H^+]_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH_2 = 4 - \log 3 + \frac{1}{2} \log 2$$

$$= 4 - 0 / 5 + 0 / 15 = 3 / 65$$

پس تغییر pH ، $0 / 3$ واحد است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۰۷- گزینه «۳» (سینا رضادوست)

برای محاسبه pH محلول یک اسید قوی، فقط به غلظت آن نیاز داریم و حجم محلول تأثیری در محاسبات ندارد. بدون در نظر گرفتن حجم‌های داده شده، pH محلول اسیدهای قوی HCl و HBr را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = [HCl] = 0 / 1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-1} = 1$$

$$[H^+] = [HBr] = 0 / 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 2 \times 10^{-1} = 1 - \log 2 = 0 / 7$$

pH محلول اسید HCl به اندازه $0 / 3$ بالاتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۰۸- گزینه «۳» (سیدرضا عارل)

$$0 / 94 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{47 \text{ g HA}} = 0 / 02 \text{ mol HA}$$

| | | | | | |
|---------------------|----------------------|---------------------|---|---------------------|--------------|
| HA | \rightleftharpoons | H^+ | + | A^- | |
| $0 / 02$ | | 0 | | 0 | غلظت اولیه |
| -4×10^{-3} | | $+4 \times 10^{-3}$ | | $+4 \times 10^{-3}$ | تغییرات غلظت |
| $0 / 016$ | | 4×10^{-3} | | 4×10^{-3} | غلظت تعادلی |

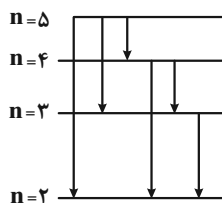


شیمی ۱

۱۱۱- گزینه ۲»

(ممید زبئی)

با توجه به شکل مقابل، در انتقال یک الکترون از لایه پنجم به لایه دوم، ۶ انتقال مختلف ممکن است که هر یک از آن‌ها می‌تواند خط طیفی مخصوص خود را با طول موج معین، ایجاد کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در طیف نشری - خطی هیدروژن، با کاهش طول موج نوارها (افزایش انرژی)، فاصله بین نوارهای مرئی، کاهش می‌یابد.

گزینه ۳: انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم، ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی آن وابسته است.

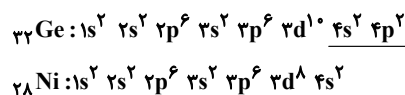
گزینه ۴: هر بخش پرتنگ در ساختار لایه‌ای، نشان‌دهنده ناحیه‌ای است که احتمال حضور الکترون در آن بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۱۲- گزینه ۳»

(مسن رعمتی کولنده)

با توجه به آرایش الکترونی دو اتم ژرمانیم و نیکل، شمار الکترون‌های ظرفیت ژرمانیم و تعداد زیرلایه‌های پر شده در آرایش الکترونی اتم نیکل به ترتیب برابر با ۴ و ۶ است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: زیرلایه‌های ۴f، ۵d، ۶p و ۷s دارای $n+1=7$ و زیرلایه‌های ۲p و ۳s دارای $n+1=3$ هستند.

گزینه ۲: در آزمایش شعله لیتیم و ترکیب‌های آن دارای رنگ شعله قرمز هستند. نئون که دومین گاز نجیب جدول تناوبی است، در تابلوهای تبلیغاتی برای تولید نور سرخ‌فام استفاده می‌شود.

گزینه ۴: نخستین عنصر دسته p و ششمین عنصر دسته d به ترتیب بور و آهن با عدد اتمی ۵ و ۲۶ هستند، پس میان این دو عنصر، ۲۰ عنصر در جدول تناوبی قرار دارند.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۵)

۱۱۳- گزینه ۳»

(قادر باقری)

آرایش الکترونی یون Mn^{2+} به صورت

« ${}_{25}\text{Mn}^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5$ » است؛ بنابراین شمار الکترون‌های موجود در سومین لایه الکترونی و شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه d این یون به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$${}_{25}\text{Mn}^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3d^5 \Rightarrow 2+6+5=13, \quad l=2 \Rightarrow 3d^5$$

$$\Rightarrow 13-5=8$$

بنابراین فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «آ»: به فاصله دو قله (یا دو دره) متوالی در نمودار موج، طول موج گفته می‌شود. پرتو حاصل از سشوار صنعتی و شمع به ترتیب قرمز و زرد هستند، پس طول موج نور حاصل از سشوار صنعتی بلندتر از نور شمع است.

عبارت «ب»: هر چه طول موج یک نور کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیشتر بوده و در هنگام عبور از منشور، بیش‌تر منحرف می‌شود.

عبارت «پ»: در ساختار لایه‌ای اتم با دور شدن از هسته، سطح انرژی لایه‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و اختلاف سطح انرژی لایه‌های متوالی، کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۰، ۲۷ تا ۳۴، ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۴- گزینه ۲»

(مسن عیسی زاده)

عنصر A که متعلق به گروه پنجم و دوره چهارم جدول تناوبی است، دارای عدد اتمی ۲۳ است و در دسته d طبقه‌بندی می‌شود؛ بنابراین یون M^{3+} دارای ۲۳ الکترون بوده و عدد اتمی آن برابر ۲۶ است، پس جمله داده شده همانند عبارت گزینه ۲» درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: در اتم A با آرایش الکترونی « $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$ »، ۱۵ الکترون مربوط به زیرلایه‌های $2p^6$ ، $3p^6$ ، $3d^3$ که دارای $l \geq 1$ هستند. یازدهمین عنصر دسته p، همان کلر با عدد اتمی ۱۷ است.

گزینه ۲: با توجه به اینکه نماد یون فلوراید، به صورت F^- است، پس بار کاتیون عنصر M برابر با ۳ است؛ بنابراین این کاتیون در واکنش با یون اکسید می‌تواند ترکیبی با فرمول شیمیایی « M_3O_3 » تولید کند.

گزینه ۳: با توجه به آرایش الکترونی اتم M که آرایش الکترونی آن به صورت « $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$ » است، مجموع خواسته شده برابر با ۳۸ است.

گزینه ۴: اتم ${}_{28}\text{A}$ دارای ۲۸ نوترون است. با توجه به عبارت، اختلاف تعداد نوترون‌ها در این دو اتم برابر ۵ است، پس شمار نوترون‌ها در عنصر M برابر با ۳۳ بوده و نماد آن به صورت ${}_{33}^{59}\text{M}$ خواهد بود.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۵- گزینه ۲»

(علی میبیری)

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) زیرلایه ۳d در لایه سوم است اما در عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، الکترونی وارد آن نمی‌شود. الکترون‌گیری این زیرلایه در عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی انجام می‌شود.

ت) ۷ عنصر ستون اول و ۶ عنصر گروه دوم به همراه هلیوم از گروه ۱۸ام، عناصر دسته s را تشکیل می‌دهند. (۱۴ عنصر) همچنین در دوره سوم جدول تناوبی ۸ عنصر وجود دارد؛ بنابراین اختلاف خواسته شده برابر با ۶ است.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)



۱۱۶- گزینه «۳»

(امیرمهر سعیری)

طبق آرایش لایه ظرفیت داده شده برای عناصر، نماد یون‌های پایدار این عناصر به صورت A^{2-} ، B^+ ، C^{3-} و D^{2+} است؛ بنابراین عبارت‌های اول و دوم درست‌اند. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: ترکیب یونی حاصل از B^+ و C^{3-} به صورت B_3C است که نسبت خواسته شده، با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در AlF_3 برابر است.

عبارت دوم: با توجه به بار کاتیون و آنیون در تشکیل ترکیب مورد نظر، به ازای تولید هر مول ترکیب DA ، دو مول الکترون مبادله می‌شود.

عبارت سوم: C عنصری از دسته p بوده و می‌تواند با گرفتن ۳ الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود برسد.

عبارت چهارم: عنصر D متعلق به گروه دوم و دوره سوم جدول دوره‌ای است و فرمول اکسید آن به صورت DO است.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۱۷- گزینه «۴»

(مرتضی زارعی)

کلسیم سولفید (CaS) همانند منیزیم فسفید (Mg_3P_2) یک ترکیب یونی دو تایی است، چون از دو نوع عنصر ساخته شده است. هنگام تشکیل هر مول کلسیم سولفید و منیزیم فسفید به ترتیب، ۲ و ۶ مول الکترون بین کاتیون (ها) و آنیون (ها) مبادله می‌شود. اگر فرض کنیم در تشکیل هر دوی آن‌ها، ۶ مول الکترون مبادله شده باشد داریم:

$$? g Mg_3P_2 = 6 \text{ mole} \times \frac{1 \text{ mol } Mg_3P_2}{6 \text{ mole}} \times \frac{134 \text{ g } Mg_3P_2}{1 \text{ mol } Mg_3P_2} = 134 \text{ g } Mg_3P_2$$

$$? g CaS = 6 \text{ mole} \times \frac{1 \text{ mol } CaS}{2 \text{ mole}} \times \frac{72 \text{ g } CaS}{1 \text{ mol } CaS} = 216 \text{ g } CaS$$

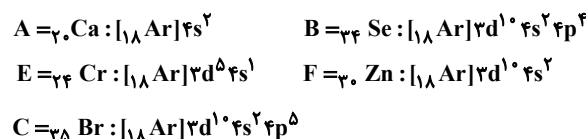
$$\frac{\text{جرم } CaS}{\text{جرم } Mg_3P_2} = \frac{216}{134} \approx 1/6$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۸- گزینه «۳»

(علی امینی)

با توجه به روند پر شدن زیرلایه‌های لایه سوم ($n=3$) و لایه چهارم ($n=4$) عدد اتمی عنصرها را مشخص می‌کنیم:



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و E با این مقدار در عنصرهای F و B یکسان و برابر با ۴ است. نخستین عنصر گروه دوم جدول تناوبی، عنصر بریلیم با عدد اتمی ۴ است.

گزینه «۲»: عنصر C همان برم است که با عنصر کلر در گروه ۱۷ جدول تناوبی قرار دارند. عنصر کلر در دما و فشار اتاق به صورت گاز دو اتمی بوده و به عنوان رنگ‌بر و گندزدا کاربرد دارد.

گزینه «۳»: با توجه به آرایش الکترونی این دو عنصر، نسبت خواسته شده برابر با ۰/۵ است.

گزینه «۴»: فرمول شیمیایی ترکیب‌های خواسته شده به صورت زیر است:

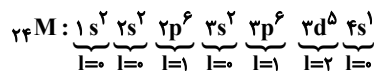


(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۳۰ تا ۴۱ و ۴۳)

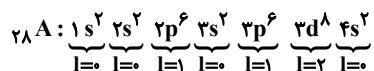
۱۱۹- گزینه «۱»

(مشابه سراسری خارج از کشور تهرنی ۹۹)

آرایش الکترونی دو عنصر $24M$ و $28A$ به صورت زیر است:



$$\rightarrow \begin{cases} I=1 = \text{تعداد الکترون‌های با } I=1 \\ I=2 = \text{تعداد الکترون‌های با } I=2 \text{ یا } I=0 \end{cases}$$



$$\rightarrow \begin{cases} I=1 = \text{تعداد الکترون‌های با } I=1 \\ I=2 = \text{تعداد الکترون‌های با } I=2 \text{ یا } I=0 \end{cases} \quad (\text{حذف گزینه‌های ۳ و ۴})$$

عنصر M دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. X ۱۶ در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد و این عنصر هم در لایه ظرفیت خود ۶ الکترون دارد؛ در حالی که در لایه ظرفیت D ، ۵ الکترون دیده می‌شود. عنصرهای X و D به ترتیب می‌توانند مواد XO_3 و $(DO_3 \text{ یا } D_2O)$ را تولید کنند که ویژگی ذکر شده تنها در مورد XO_3 صدق می‌کند.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰، ۳۸، ۳۰ و ۴۱)

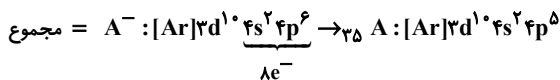
۱۲۰- گزینه «۴»

(مشابه سراسری خارج از کشور تهرنی ۱۴۰۰)

عنصر با عدد اتمی ۱۳، در گروه ۱۳ قرار دارد و بار یون پایدار آن $+3$ است، اما عنصر D نمی‌تواند یون پایدار با بار $+3$ تولید کند.

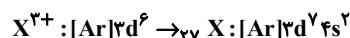
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

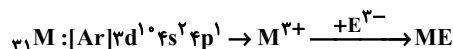


$$\left. \begin{aligned} 29 D^{2+} : [Ar] 3d^9 \rightarrow b=9 \\ 33 E^{3-} : [Ar] 3d^{10} 4s^2 4p^6 \rightarrow a=10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اعداد ردیف II جدول}$$

گزینه «۲»: عدد اتمی X برابر ۲۷ و فلز قلیایی هم‌دوره‌اش K ۱۹ است.



گزینه «۳»:



(شیمی ۱- کیوان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳، ۳۰ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)



شیمی ۲

گزینه ۳» ۱۲۱-

(منصور سلیمانی ملکان)

حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود. بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

گزینه ۴» ۱۲۲-

(علما مایی نقی)

کربن افزون بر پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه‌گانه را نیز با خود یا با سایر نافلزها دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه ۱» ۱۲۳-

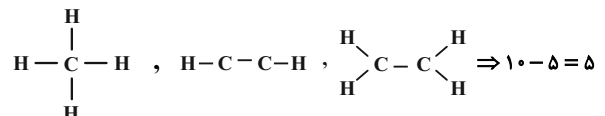
(مهمر عظیمیان زواره)

عبارت‌های «ب»، «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: حدود ۹۰ درصد از نفت خامی که استخراج می‌شود به عنوان سوخت سوزانده می‌شود؛ بنابراین نسبت خواسته شده حدود ۹ است.

عبارت «ب»: در ساختار هر یک از مولکول‌های متان، اتن و اتین به ترتیب ۴، ۵ و ۶ پیوند کووالانسی یافت می‌شود، پس اختلاف خواسته شده برابر با ۵ است:



عبارت «پ»: اتم کربن دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است و اغلب

تمایل دارد تمام این الکترون‌ها را به اشتراک بگذارد. به همین دلیل در ساختار ترکیب‌های خود اغلب فاقد جفت ناپیوندی است.

عبارت «ت»: هیدروکربن‌هایی دارای چند پیوند دوگانه مانند بنزن، در نفت خام یافت می‌شوند.

عبارت «ث»: در ساختار آلکان‌ها، هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به چهار اتم دیگر متصل بوده و به اصطلاح سیرشده هستند. از این رو آلکان‌ها

تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا

میزان سمی بودن آن‌ها کمتر شده و اشتقاق آنها بر شش‌ها و بدن تأثیر

چندانی نداشته باشد و تنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۹ و ۴۱)

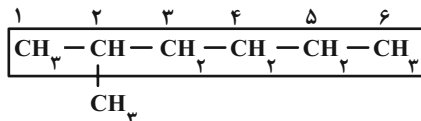
گزینه ۲» ۱۲۴-

(علی رفیعی)

جمله داده شده همانند نام داده شده در ترکیب (الف) درست است.

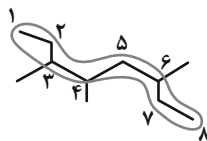
بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست.



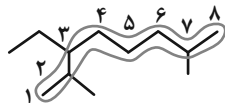
(ب) نادرست.

۳، ۴، ۶-تری‌متیل‌اوکتان

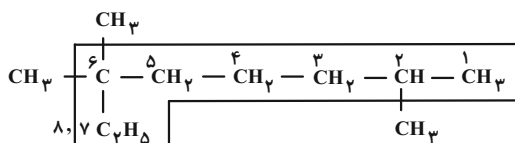


(پ) نادرست.

۳-اتیل-۲،۷-دی‌متیل‌اوکتان



(ت) نادرست.



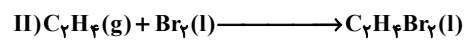
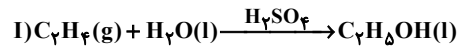
۲، ۶، ۶-تری‌متیل‌اوکتان

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)



۱۲۵- گزینه «۴»

(ممر عظیمیان زواره)



با توجه به واکنش‌های ذکر شده، عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (پ): کاتالیزگر به کار رفته در واکنش I، سولفوریک اسید (H_2SO_4)

می‌باشد.

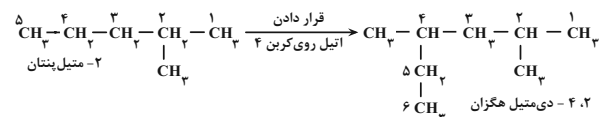
عبارت (ت): در شرایط یکسان، نقطه جوش آب (H_2O)، از نقطه جوش اتانول

(C_7H_5OH) بیشتر است؛ به همین دلیل اتانول نسبت به آب فرارتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برائیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۲۶- گزینه «۱»

(مسین زارعی پاشایی)

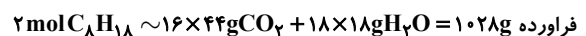
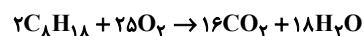


همان‌طور که از شکل مشخص است جهت شماره‌گذاری تغییر نمی‌کند، زیرا همچنان از سمت راست زودتر به شاخه فرعی می‌رسیم؛ بنابراین عبارت‌های «پ» و «ت» همانند جمله داده شده، نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نام جدید آن ۲، ۴-دی‌متیل هگزان خواهد شد که مجموع شماره شاخه‌های فرعی آن ($۲+۴=۶$)، عددی زوج است.

(ب) آلکان جدید دارای فرمول C_8H_{18} می‌باشد.



$$22 / 18 \text{g } C_8H_{18} \times \frac{1 \text{mol } C_8H_{18}}{114 \text{g } C_8H_{18}} \times \frac{1028 \text{g فرآورده}}{2 \text{mol } C_8H_{18}} = 102 / 18 \text{g}$$

(پ)

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ پیوند } \rightarrow C_8H_{18} = \text{ترکیب جدید} \\ 19 \text{ پیوند } \rightarrow C_6H_{14} = \text{ترکیب اولیه} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{25}{19} < 2$$

$$\frac{C_8H_{18}}{C_6H_{14}} \rightarrow \frac{\text{تعداد H}}{\text{تعداد C}} = \frac{10}{5} = 2$$

سومین عضو سیکلوآلکان‌ها

(ت) با فرض ثابت نگه داشتن شاخه متیل روی کربن دوم، شاخه دیگر را می‌توان بر روی کربن‌های ۲، ۳، ۵ متصور شد.

با فرض ثابت نگه داشتن شاخه متیل روی کربن چهارم، شاخه دیگر را می‌توان بر روی کربن‌های ۳، ۴، ۵ متصور شد.

که در هر دو صورت به ۳ ترکیب جدید دست خواهیم یافت و نه ۴ ترکیب!

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برائیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۲)

۱۲۷- گزینه «۴»

(مجتبی اسدزاده)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: فرمول مولکولی سومین آلکن راست‌زنجیر بدون شاخه جانبی، به صورت C_4H_8 بوده و جرم مولی آن ۵۶ گرم بر مول است. سبک‌ترین

سیکلوآلکان نیز، سیکلوپروپان (C_3H_6) با جرم مولی ۴۲ گرم بر مول است.

گزینه «۲»: نفتالن در دما و فشار اتاق، جامدی سفیدرنگ است. در ساختار

هر مولکول نفتالن ۸ پیوند یگانه کربن - هیدروژن، ۶ پیوند یگانه کربن -

کربن و ۵ پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد، پس نسبت خواسته شده

برابر با ۲/۸ است.

گزینه «۳»: درصد نفت کوره در نفت سنگین ایران (۴۶٪)، کم‌تر از درصد

نفت کوره در نفت سنگین کشورهای عربی (۵۲٪/۵) و بیشتر از درصد

نفت کوره در نفت برنت دریای شمال (۳۸٪) است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برائیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶)



۱۲۸- گزینه «۴»

(ممبر فائز نیا)

موارد دوم و سوم عبارت مورد نظر را به درستی تکمیل می کند.

بررسی موارد:

مورد اول: ۲- متیل بوتان (C_5H_{12}) نسبت به ۳- اتیل پنتان (C_7H_{16}).

جرم مولی کمتری دارد؛ لذا نقطه جوش آن نیز از ۳- اتیل پنتان کمتر است.

مورد دوم: هر چه شمار اتم‌های کربن در یک آلکان بیشتر باشد، گران‌روی

آن نیز بیشتر خواهد بود؛ بنابراین گریس نسبت به وازلین، گران‌روی کمتری

دارد.

مورد سوم: هر چه نقطه جوش آلکانی کمتر باشد، فراریت آن بیشتر است.

شمار اتم‌های کربن در هگزان نسبت به دکان، کمتر است، پس فراریت آن

بیشتر است.

مورد چهارم: در آلکان‌ها، شمار پیوندهای کربن - کربن یکی کمتر از شمار

اتم‌های کربن است، پس هر دو آلکان دارای ۷ پیوند کربن - کربن هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۲۹- گزینه «۴»

(عین‌اله ابوالفتی)

گاز متان همانند سایر آلکان‌ها، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سوخت هواپیما به‌طور عمده شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده

کربن است. در هر آلکان، شمار پیوندهای کووالانسی از سه برابر شمار

اتم‌های کربن یکی بیشتر است، پس در ساختار آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم

کربن، ۳۱ تا ۴۶ پیوند کووالانسی یافت می‌شود.

گزینه «۲»: حدود ۶۶ درصد از سوخت، از طریق لوله و مابقی آن به‌وسیله راه آهن، نفت کش جاده‌پیما و کشتی نفتی به مراکز توزیع انتقال می‌یابد.

گزینه «۳»: یکی از مشکلات زغال‌سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است.

به‌گونه‌ای که در سده اخیر، بیش از ۵۰۰ هزار نفر در سطح جهان در اثر

انفجار یا فروریختن معدن، جان خود را از دست داده‌اند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۳۰- گزینه «۲»

(ممبر رضا جمشیدی)

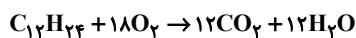
ساده‌ترین سیکلو آلکان، سیکلو پروپان با ۹ پیوند کووالانسی در ساختار خود

است. با این توصیف ابتدا هیدروکربن مورد نظر را مشخص می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند در آلکان } n = \frac{35}{3} \Rightarrow n = 11.66 \leftarrow \text{نادرست}$$

$$\text{تعداد پیوند در آلکن } n = 12 \Rightarrow n = 12 \leftarrow \text{درست}$$

$$\text{تعداد پیوند در آلکین } n = \frac{37}{3} \Rightarrow n = 12.33 \leftarrow \text{نادرست}$$



$$56g C_{12}H_{24} \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}}{168g C_{12}H_{24}} \times \frac{20}{100} \times \frac{12 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}}$$

$$\times \frac{22}{4} L CO_2 = 17.78 L CO_2$$

$$\frac{56 \times 20}{1 \times 168 \times 100} = \frac{x}{12 \times 22 / 4} \Rightarrow x = 17.78 L \quad \text{راه حل دوم:}$$

همچنین درصد جرمی کربن، در تمامی آلکن‌ها یکسان و به‌تقریب برابر با

۸۵/۷ درصد است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)