

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۳ آذر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	حسابان ۲ و ریاضی پایه	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	آمار و احتمال	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	آمار و احتمال		۵۱	۶۰	

کارنامه اشتباهات

اولین و پرطرفدارترین کارنامه پس از کارنامه اصلی آزمون، کارنامه اشتباهات است. اشتباهات شما یک معلم و یک دوست برای شما هستند. شما می توانید کارنامه اشتباهات خود را بعد از هر آزمون از صفحه شخصی خود دریافت کنید.



آزمون « ۳ آذر ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
ریاضی پایه	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
		۵۱-۶۰	
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمدرضا راسخ-یاسین سپهر حسین شفیع‌زاده-علی شهبازی-فرشاد صدیقی‌فر-کامیار علییون-مهرداد کیوان-جهانبخش نیکنام	
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-سوگند روشنی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-افشین خاصه‌خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-فرید غلامی-احمدرضا فلاح-هادی فولادی مریم مرسلی-مهرداد ملوندی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته
گزینشگر	حسین شفیع‌زاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه‌های برتر	علی رضایی سهیل تقی‌زاده مهدی بحرکاظمی	مهدی خالئی	مهدی خالئی
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	ترگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌الزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

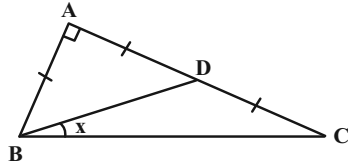
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۷۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴ / حسابان ۱: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲

۱- در مثلث قائم‌الزاویه شکل زیر، $AB = AD = CD$ است. حاصل $\tan x$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۲- اگر $\tan x = \frac{1}{2}$ و $\tan(2x+y) = -2$ باشد، مقدار $\tan 2y$ کدام است؟

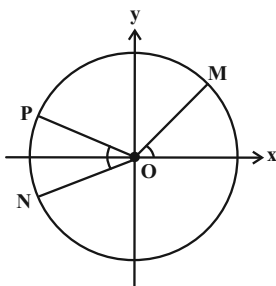
(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(۴) $-\frac{2}{4}$

(۳) $-\frac{4}{3}$

۳- در دایره مثلثاتی شکل زیر، طول نقطه M برابر $\frac{1}{\sqrt{10}}$ و عرض نقطه N برابر $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ است. اگر دو زاویه MOx و NOP برابر باشند، عرض نقطه P کدام است؟



(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

۴- اگر $3 \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta)$ و $\sin 2\alpha = \frac{2}{29}$ باشد، مقدار $\tan \beta$ کدام است؟

(۲) ۲ یا $\frac{25}{2}$

(۱) $-\frac{1}{2}$ یا $-\frac{2}{25}$

(۴) $\frac{1}{2}$ یا $\frac{2}{25}$

(۳) -2 یا $-\frac{25}{2}$

۵- دو عبارت $A = \frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin \alpha + \sin 18^\circ \cos 2\alpha$ و $B = \cos 36^\circ \cos \alpha + \cos 18^\circ \sin 2\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4}$ برابر هستند. مقدار α کدام می‌تواند باشد؟

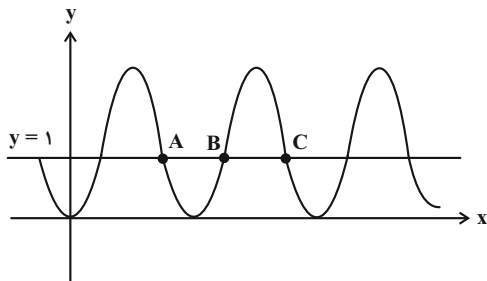
(۲) 9°

(۱) 72°

(۴) 18°

(۳) 81°

۶- خط $y = 1$ و بخشی از نمودار تابع $f(x) = 4 \sin^2 \frac{\pi x}{3}$ در شکل زیر رسم شده است. طول پاره خط BC چند برابر طول پاره خط AB است؟



(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

۷- معادله $\cos x = \sqrt{\sin 2x + \frac{1}{2}}$ در بازه $(0, \pi)$ چند جواب دارد؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۸- اگر مجموع جواب‌های معادله $\sin(\pi - 4x) + \cot(\frac{3\pi}{4} - 2x) = 0$ در بازه $(0, \frac{3\pi}{4})$ برابر θ باشد، حاصل $\cos \frac{\theta}{9}$ کدام است؟

۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲) ۱

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۹- یکی از جواب‌های معادله $\tan(2x + \frac{\pi}{4}) \tan(m - x) = 1$ برابر $x = \frac{\pi}{6}$ است. مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{11\pi}{12}$

۲) $\frac{3\pi}{8}$

۳) $-\frac{11\pi}{12}$

۴) $-\frac{3\pi}{8}$

۱۰- معادله $\sin^2 x - \sin nx \cos^2 x = 1$ در بازه $(0, 2\pi)$ فقط چهار جواب دارد. چند مقدار طبیعی برای n پیدا می‌شود؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: معادله‌ها و نامعادله‌ها، جبر و معادله / ریاضی ۱: صفحه‌های ۶۹ تا ۹۳ / حسابان ۱: صفحه‌های ۷ تا ۳۶

۱۱- جواب معادله $\sqrt{x} = \frac{x}{y} - 1$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

- (۱) $(8, 8/5)$
 (۲) $(7/5, 8)$
 (۳) $(7, 7/5)$
 (۴) $(6/5, 7)$

۱۲- مجموعه اعدادی را که نصف مجذور آن‌ها از چهار برابر معکوس آن‌ها بزرگ‌تر است، به صورت $\mathbb{R} - [a, b]$ نمایش می‌دهیم. حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) 2

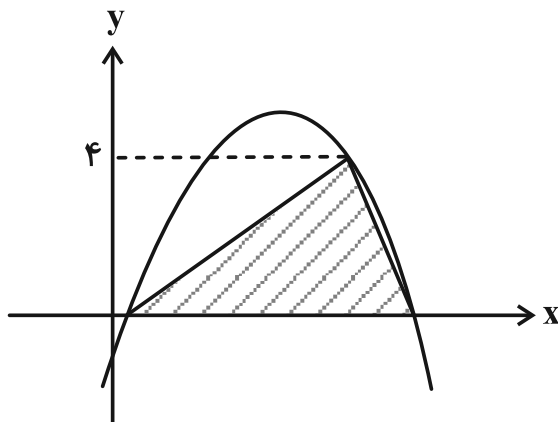
۱۳- مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{(x^2-1)(x^3-1)(x^4-1)}{x-|x|} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۱۴- اگر a, b و ۱ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با جملات مثبت باشند، مجموع معکوس‌های جواب‌های متمایز معادله $ax^2 + bx + 1 = 0$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲
 (۲) -۴
 (۳) -۶
 (۴) -۸

۱۵- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + 4x + c$ که $ac = 1$ است، در شکل زیر رسم شده‌است. اگر مساحت مثلث هاشورخورده برابر $8\sqrt{3}$ باشد، مجموع صفرهای تابع کدام است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۸
 (۳) ۴
 (۴) ۱۰

۱۶- اگر $\alpha\beta$ و $\alpha^2\beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 8 = 0$ و دو عدد $3\alpha + 2\beta$ و $\beta - 3$ ریشه‌های معادله $2x^2 + bx + c = 0$ باشند، حاصل $c - b$ کدام است؟

- (۱) ۷
 (۲) ۸
 (۳) ۹
 (۴) ۶

۱۷- مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 + 15x + 17}{x^2 + 4x + 12} = \frac{5x^2 + 16x + 18}{2x^2 + 5x + 13}$ کدام است؟

(۲) $-\frac{14}{3}$

(۱) $-\frac{11}{3}$

(۴) $-\frac{14}{5}$

(۳) $-\frac{11}{5}$

۱۸- به ازای کدام مقدار a ، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = |x - a| + |x - 3a|$ و خط $y = x + a$ برابر ۳۶ است؟

(۲) ۳

(۱) $3\sqrt{2}$

(۴) ۴

(۳) $2\sqrt{3}$

۱۹- نقطه A روی خط $y = 2x + 1$ به همراه نقاط $B(-1, 0)$ و $C(-11, 0)$ رئوس مثلث ABC را تشکیل می‌دهند. اگر این مثلث در

رأس A قائمه باشد، کمترین فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{85}}{5}$

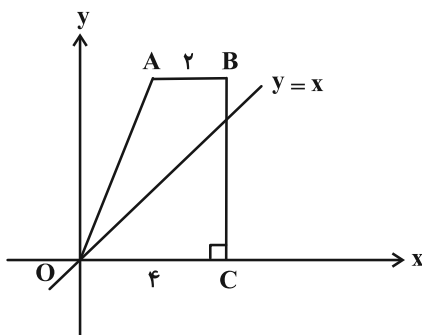
(۱) $\frac{\sqrt{85}}{7}$

(۴) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

(۳) $\sqrt{13}$

۲۰- مطابق شکل زیر، خط $y = x$ دوزنقه قائم‌الزاویه $OABC$ را به دو قسمت هم‌مساحت تقسیم کرده است. اندازه ارتفاع دوزنقه

کدام است؟



(۱) ۴

(۲) $\frac{14}{3}$

(۳) ۵

(۴) $\frac{16}{3}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱

۲۱- اگر A ماتریس مربعی از مرتبه ۳ و $A^3 = 2I$ باشد، در این صورت مقدار $\frac{|2I+A|}{|A^2+I|}$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) -۱
(۴) -۲

۲۲- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ مفروض است. دترمینان ماتریس $A^2 + A + I$ کدام است؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۲۵
(۳) ۱۴
(۴) ۱۱

۲۳- اگر $k = \frac{\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}}$ باشد، حاصل $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$ کدام است؟ ($a, b, c \in \mathbb{R}$)

- (۱) k
(۲) $(abc)k$
(۳) $\frac{k}{abc}$
(۴) $\frac{1}{k}$

۲۴- مجموع معکوس ریشه‌های معادله $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & x \\ -1 & x+1 & 4 \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{6}{5}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{5}{7}$

۲۵- اگر $-2I = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۲
(۳) -۲
(۴) -۴

۲۶- اگر ماتریس A وارون‌پذیر و $|A| = 3$ و $|kA^2| = 24$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) -۲
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) -۳

۲۷- ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ مفروض است. ماتریس $B_{3 \times 2}$ را طوری در نظر بگیرید که برای درایه‌های آن رابطه $b_{ij} = a_{ji}$ برقرار

است. چند مورد زیر درست است؟

(الف) مقداری برای m وجود دارد که به ازای آن، دترمینان ماتریس AB صفر است.

(ب) حداکثر دو مقدار برای m وجود دارد که به ازای آن‌ها دترمینان ماتریس BA صفر است.

(پ) هیچ مقداری برای m وجود ندارد که دترمینان دو ماتریس AB و BA با هم برابر باشند.

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) هیچ

۲۸- اگر A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه و وارون پذیر باشند و $I - AB = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ ، مقدار $|BA - I|$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{1}{2}$

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = -2A$ باشد، دترمینان ماتریس $A^3 B^2$ کدام است؟

(۱) 2^7

(۲) -2^7

(۳) 2^{11}

(۴) -2^{11}

۳۰- اگر A ماتریسی وارون پذیر و $|(A+B)^{-1}| = \frac{1}{6}$ و $|A| = 3$ باشد، حاصل $|I + BA^{-1}|$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (از ابتدای فعالیت صفحه ۲۲ تا پایان معادله هم‌نهشتی): صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- اگر A مجموعه اعداد صحیحی باشد که باقی‌مانده تقسیم چهار برابر آن‌ها بر عدد ۵، برابر باقی‌مانده تقسیم عدد ۱۷ بر ۵ باشد،

آن‌گاه مجموعه A برابر کدام است؟

(۱) $[4]_5$ (۲) $[3]_5$

(۳) $[2]_5$ (۴) $[1]_5$

۳۲- اگر یازدهم تیرماه سالی روز سه‌شنبه باشد، سومین چهارشنبه دی ماه آن سال، چندمین روز این ماه است؟

(۱) پانزدهم (۲) شانزدهم

(۳) هفدهم (۴) هجدهم

۳۳- اگر a عددی صحیح و معادله $ax \equiv 24 \pmod{90}$ در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب باشد، آن‌گاه کدام یک از معادلات زیر حتماً در

مجموعه اعداد صحیح جواب دارد؟

(۱) $ax \equiv 2 \pmod{6}$ (۲) $ax \equiv 3 \pmod{9}$

(۳) $ax \equiv 4 \pmod{8}$ (۴) $ax \equiv 5 \pmod{15}$

۳۴- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی x ، عدد $32x^2 - 19x + 1$ مضرب ۸ است؟

(۱) ۱۱ (۲) ۱۲

(۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۳۵- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد $A = \overline{baba}$ بر اعداد ۹ و ۱۱ به ترتیب ۴ و ۸ باشد، مقدار $a.b$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵

(۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۳۶- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی n که به ازای آن، دو عدد $n^2 + 3n + 1$ و $8n + 5$ دارای عامل اول مشترک باشند، کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۹

۳۷- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد دو رقمی x که در معادله هم‌نهشتی $x^3 + x + 2 \equiv 0 \pmod{6}$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱۴
(۲) ۱۵
(۳) ۱۶
(۴) ۱۷

۳۸- اگر عدد $\overline{ab6aa}$ بر ۹۹ بخش‌پذیر باشد چند عدد سه رقمی در رابطه $ax \equiv 1 \pmod{b}$ صدق می‌کند؟

- (۱) ۲۹۹
(۲) ۳۰۰
(۳) ۳۰۱
(۴) ۳۰۲

۳۹- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی x که در رابطه $x \equiv 1402 \pmod{8}$ صدق می‌کند کدام است؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۲۵
(۳) ۲۶
(۴) ۲۷

۴۰- اگر معادله هم‌نهشتی $x^{2n-7} \equiv 2a+1 \pmod{(n+30)}$ در مجموعه اعداد صحیح جواب داشته باشد و ضریب x و پیمانه معادله، نسبت به

هم اول نباشند، چند عدد سه رقمی می‌توان به جای a قرار داد؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۲
(۳) ۱۴
(۴) ۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- گزاره سوری « $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; P(x, y)$ » با کدام گزاره‌نمای $P(x, y)$ دارای ارزش درست است؟

(۲) $3y \leq x$

(۱) $2x - y \geq 3$

(۴) $(2x + y)^2 \leq 3$

(۳) $2x + y \geq 3$

۴۲- اگر r گزاره‌ای دلخواه، نقیض گزاره p نادرست و گزاره $[q \Rightarrow (\sim p \wedge r)] \Leftrightarrow (p \vee (q \wedge r))$ درست باشد، کدام یک از گزاره‌های

زیر همواره درست است؟

(۲) $(p \Rightarrow r) \vee q$

(۱) $\sim (q \wedge r) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)$

(۴) $(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$

(۳) $(\sim r \Rightarrow q) \wedge p$

۴۳- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را به چند طریق می‌توان به بیش از یک زیرمجموعه افزای کرد به طوری که فاقد زیرمجموعه

تک عضوی باشد؟

(۲) ۴۰

(۱) ۲۵

(۴) ۸۰

(۳) ۵۰

۴۴- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، گزاره $(p \Leftrightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p)$ هم ارز کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۲) $p \wedge \sim q$

(۱) $p \wedge q$

(۴) $\sim p \wedge \sim q$

(۳) $\sim p \wedge q$

۴۵- اگر A و B دو مجموعه دلخواه، $M = (A - B') \cup [B' - (A \cap B)]'$ و $N = [A \cap (A \cup B)] - [A' \cup (A' \cap B)]$ باشند، کدام

گزینه همواره درست است؟

(۲) $M \cap N = N$

(۱) $M \cup N = N$

(۴) $M - N = B - A$

(۳) $M \cap N = \emptyset$

۴۶- اگر $A = \{a, b, c, 2\}$ ، $B = \{a+2, b-1, 2c, 1\}$ و $A \times B = B \times A$ باشد، چند مقدار متفاوت برای $a+b+c$ وجود دارد؟

۱ (۱)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۴)

۴۷- مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه دارد که حاصل ضرب اعضای آن‌ها بر عدد ۸ بخش پذیر باشند؟

۲۵۶ (۱)

۳۵۲ (۳)

۳۲۰ (۲)

۳۸۴ (۴)

۴۸- اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $n(A \cup B) = 7$ و تعداد زیرمجموعه‌های B ، هشت برابر تعداد زیرمجموعه‌های $A - B$ باشد، آنگاه مجموعه A حداقل چند زیرمجموعه مانند C دارد به طوری که $C \not\subseteq B$ ؟

۳ (۱)

۶ (۳)

۴ (۲)

۸ (۴)

۴۹- اگر A ، B و C سه مجموعه و $A' \subseteq B' \subseteq C'$ باشد، حاصل عبارت $[A - (B \cup C)] \cap [A - (B \cap C)]$ همواره کدام است؟

\emptyset (۱)

$A - C$ (۳)

$A - B$ (۲)

$B - C$ (۴)

۵۰- A و B دو مجموعه غیر تهی و $(A \cup B) - (B - A') = \emptyset$ باشد، آنگاه چه تعداد از مجموعه‌های زیر ناتهی است؟

$A \cap B$ (الف)

$B - A$ (پ)

$A - B$ (ب)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

صفر (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۰

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤالات آمار و احتمال (۴۱ تا ۵۰) و (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- زاویه‌های متناظر با مدارک تحصیلی کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر است. مُد این داده‌ها مربوط به کدام مدرک تحصیلی است؟

مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	کارشناسی‌ارشد
زاویه (درجه)	$\frac{9}{8}\alpha - 1$	$\frac{5}{4}\alpha + 5$	$\frac{7}{6}\alpha + 1$	$\frac{3}{2}\alpha - 8$

(۱) دیپلم

(۲) کاردانی

(۳) کارشناسی

(۴) کارشناسی ارشد

 ۵۲- داده‌های آماری $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m$ که در آن $m > n$ ، مفروض‌اند. اگر ضریب تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n و دامنه تغییرات داده‌های y_1, y_2, \dots, y_m برابر صفر باشند، کدام یک از مقادیر زیر در کل داده‌ها لزوماً برابر صفر است؟

(۲) انحراف معیار

(۱) دامنه میان چارکی

(۴) اختلاف میانگین و مُد

(۳) اختلاف مُد و میانه

 ۵۳- ۸۰ داده آماری به گونه‌ای در ۴ دسته طبقه‌بندی شده‌اند که فراوانی دسته‌های اول تا چهارم به ترتیب برابر $2a, x+3, x-2$ و $3a$ است و زاویه متناظر با دسته سوم 45° است. زاویه متناظر با دسته اول چند درجه است؟

(۲) ۹۶

(۱) ۹۳

(۴) ۱۰۲

(۳) ۹۹

 ۵۴- میانگین و انحراف معیار ۵۰ داده آماری به ترتیب ۴ و $\frac{3}{2}$ می‌باشد. اگر به همه داده‌ها ۲۸ واحد اضافه کنیم، آن‌گاه:

 (۱) ضریب تغییرات داده‌های جدید، $\frac{1}{8}$ ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.

(۲) ضریب تغییرات داده‌های جدید، ۸ برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.

(۳) به ضریب تغییرات داده‌های اولیه، ۸ واحد افزوده می‌شود.

(۴) ضریب تغییرات داده‌های جدید ثابت می‌ماند. (برابر با ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.)

 ۵۵- در داده‌های متمایز $a, 27, 23, 20$ و ۱۵ می‌دانیم که ۲۷ بزرگترین داده است. اگر با حذف عدد ۱۵ از بین این پنج داده، میانگین

 داده‌ها بیشترین تغییرات را داشته باشد، در این صورت a چند مقدار صحیح می‌تواند بپذیرد؟

(۲) ۵

(۱) ۶

(۴) ۳

(۳) ۴

۵۶- داده‌های ۱۲۱، ۱۰، ۷، ۴، مفروض‌اند. اختلاف میانگین از واریانس این داده‌ها کدام است؟

۱) $1242/5$ ۲) $1236/5$

۳) $928/25$ ۴) $1136/75$

۵۷- در نمودار جعبه‌ای ۱۳ داده آماری متمایز، میانگین داده‌های سمت چپ جعبه $\frac{7}{3}$ و میانگین داده‌های داخل جعبه ۵ است. اگر

میانگین داده‌های سمت راست جعبه دو برابر میانگین کل داده‌ها باشد. مجموع کل داده‌ها کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۷۸ ۳) ۸۳ ۴) ۱۰۶

۵۸- میانگین و انحراف معیار ۲۰ داده آماری به ترتیب ۱۲ و $2\sqrt{2}$ است. دو داده ۱۳ و یک داده ۱۰ را از داده‌ها حذف می‌کنیم. واریانس

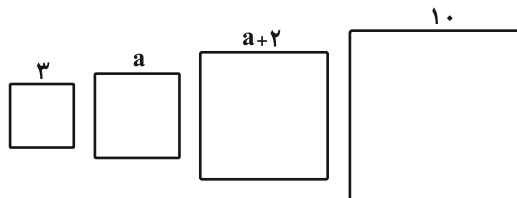
داده‌های جدید، تقریباً کدام است؟

۱) $9/06$ ۲) $8/70$

۳) $9/30$ ۴) $8/47$

۵۹- شکل زیر، چهار مربع را با اندازه اضلاع نشان می‌دهد. اگر میانگین محیط مربع‌ها برابر ۲۶ واحد باشد، در این صورت میانگین

مساحت مربع‌ها به اندازه از ۵۰ واحد مربع، است.



۱) $\frac{1}{8}$ ، کمتر

۲) $\frac{9}{8}$ ، کمتر

۳) $\frac{1}{8}$ ، بیشتر

۴) $\frac{9}{8}$ ، بیشتر

۶۰- در نمودار جعبه‌ای مربوط به ۷۰ داده آماری اگر دامنه میان چارکی و دامنه تغییرات به ترتیب ۷ و ۲۰ باشند و طول دنباله سمت

چپ سه برابر طول دنباله سمت راست جعبه باشد، آنگاه طول دنباله سمت راست نمودار کدام است؟

۱) $2/75$ ۲) ۳

۳) $3/25$ ۴) $3/5$

یک روز، یک درس، روزهای شنبه، دوشنبه و چهارشنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس ریاضیات اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه درس‌ها نمونه سوالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس ریاضیات را از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحه مقطع خود دریافت کنید.

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۳ آذر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۳۰ دقیقه
۲	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۲		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۲		۱۲۱	۱۳۰	

کارنامه‌های کانون

به جز کارنامه اصلی چند کارنامه دیگر را شما می‌توانید دریافت کنید.
کارنامه اشتباهات، کارنامه هدف‌گذاری، کارنامه پروژه‌ای، کارنامه سؤال به سؤال، کارنامه مبحثی، کارنامه بازیابی، کارنامه پنج نوع درس، کارنامه نردبانی.
شما می‌توانید از این کارنامه‌ها در صفحه شخصی خود استفاده کنید.



آزمون « ۳ آذر ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	کامران ابراهیمی- عبدالرضا امینی نسب- امیرحسین برادران- پژمان بردبار- علیرضا جباری- دانیال راستی- محمدجواد سورچی عطاله شادآباد- شیدا شیرزادی- پدرام قلعه‌شاخانی- مهدی کیوانلو- غلامرضا محبی- مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی- مقدم مصطفی واتقی- آرش یوسفی	
شیمی	هدی بهاری پور- محمدرضا پورچاوید- مسعود جعفری- امیرحاتمیان- ایمان حسین نژاد- پیمان خواجوی مجد- حسن رحمتی کوکنده فرزاد رضایی- روزبه رضوانی- میلاد شیخ الاسلامی- امیرحسین طیبی- پارسا عیوض پور- علیرضا کیانی دوست- هادی مهدی زاده	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	امیرحسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	نیما امینی	امیررضا واشقانی ماهان زواری احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	امیرحسین برادران	پارسا عیوض پور
مسئند سازی	علیرضا همایون خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صیبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

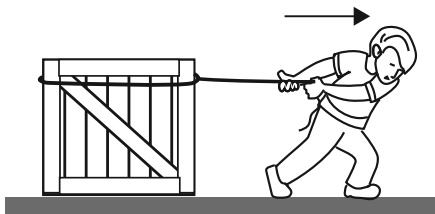
فیزیک ۳: دینامیک و حرکت دایره‌ای (تا پایان نیروی کشش طناب): صفحه‌های ۲۹ تا ۴۶

۶۱- شخصی با نیروی افقی جعبه‌ای را روی سطح افقی به سمت غرب هل می‌دهد، نیرویی که از طرف جعبه به شخص و زمین وارد می‌شود، به ترتیب از راست به چپ در کدام جهت است؟

- (۱) غرب، بالا (۲) شرق، پایین (۳) شرق، بالا (۴) غرب، پایین

۶۲- شخصی با طنابی جعبه ۲۰ کیلوگرمی را با نیروی 140N مطابق شکل به سمت راست می‌کشد. شتاب حرکت این جعبه چند متر

بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، $\mu_s = 0/5$ ، $\mu_k = 0/4$ و از جرم طناب صرف نظر کنید).



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۵
(۴) ۷

۶۳- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در حال حرکت است. چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد این متحرک الزاماً صحیح است؟

- (الف) اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک افزایش یابد، بزرگی شتاب آن افزایش می‌یابد.
(ب) در بازه زمانی دلخواه، بردار تغییرات سرعت با بردار نیروی خالص وارد بر آن هم‌جهت است.
(پ) اگر نیروهای وارد بر متحرک متوازن شوند، متحرک با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.
(ت) اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک کاهش یابد، تندی متحرک نیز کاهش می‌یابد.
(ث) اگر جهت نیروی خالص وارد بر جسم عکس شود، در ابتدای حرکت تندی متحرک کاهش می‌یابد.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۴- فنری با ثابت $400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ و طول عادی 30cm به کف آسانسوری متصل است. جسمی به جرم 2kg روی فنر قرار داده می‌شود. اگر

آسانسور با شتاب ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت تندشونده رو به بالا حرکت کند، طول فنر به چند سانتی‌متر خواهد رسید؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۶ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

۶۵- نیروهای $F_1 = 16\text{N}$ ، $F_2 = 12\text{N}$ و $F_3 = 24\text{N}$ بر جسمی ساکن به جرم 2kg وارد می‌شوند و جسم در حالت تعادل باقی می‌ماند.

اگر جهت F_1 و F_3 برعکس شود و اندازه آن‌ها $\frac{1}{3}$ برابر شود، اندازه سرعت جسم پس از ۵ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

۸ (۴)

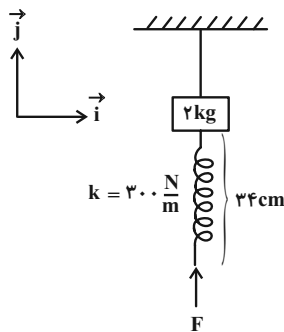
۶ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

۶۶- در شکل زیر، مجموعه در حال تعادل می‌باشد و جرم نخ و فنر ناچیز است. اگر طول عادی فنر 40cm باشد، عکس‌العمل نیرویی

که از طرف سقف به نخ، همچنین عکس‌العمل نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود به ترتیب از راست به چپ بر حسب



نیوتون کدام گزینه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $18\vec{j}$ ، $2\vec{j}$

(۲) $-18\vec{j}$ ، $-2\vec{j}$

(۳) $18\vec{j}$ ، $-2\vec{j}$

(۴) $-18\vec{j}$ ، $2\vec{j}$

۶۷- بزرگی شتاب یک آسانسور $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. در بازه زمانی که آسانسور در حال حرکت به سمت پایین است، کدام یک از عبارات زیر

الزاماً صحیح می‌باشد؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

الف) ترازوی زیر پای شخصی به جرم 80kg ، 160N کمتر از وزن واقعی شخص را نشان می‌دهد.

ب) تندی حرکت در هر ثانیه $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تغییر می‌کند.

پ) کابل آسانسور نیرویی کمتر از وزن اتاقک آسانسور و اجسام داخل آن را تحمل می‌کند.

ت) عددی که نیروسنج آویزان از سقف آسانسور که وزنه 2 کیلوگرمی به آن متصل است نشان می‌دهد، 4N با وزن واقعی آن تفاوت دارد.

(۲) الف، ب و پ

(۱) الف، پ و ت

(۴) ب و پ

(۳) ب و ت

۶۸- دو گوی مشابه A و B با جرم‌های یکسان در یک لحظه به ترتیب با سرعت‌های $\vec{v}_A = 10\vec{j}$ و $\vec{v}_B = -10\vec{j}$ در هوا حرکت می‌کنند. اگر بزرگی شتاب گوی B، $\frac{2}{3}$ برابر بزرگی شتاب گوی A و هم‌جهت با آن باشد، نیروی مقاومت هوا در این لحظه چند برابر وزن هر یک از گوی‌ها است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

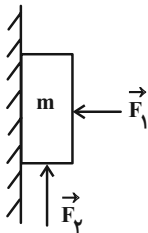
۶۹- گلوله‌ای به صورت مایل در هوا پرتاب می‌شود. در نقطه اوج، اندازه شتاب گلوله $\frac{13}{5}g$ است. اگر جرم گلوله ۲ کیلوگرم باشد،

نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در نقطه اوج چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $2\sqrt{138}$ (۲) $\sqrt{69}$ (۳) $\sqrt{138}$ (۴) $2\sqrt{69}$

۷۰- مطابق شکل زیر جسمی به جرم $m = 1/5 \text{ kg}$ به دیوار قائم تکیه داده شده است. این جسم تحت تاثیر دو نیروی افقی و عمودی \vec{F}_1 و $F_2 = 25 \text{ N}$ در آستانه حرکت به سمت بالا قرار دارد. اگر در یک لحظه نیروی F_2 حذف شود، جسم و نیرویی که

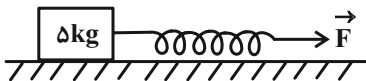
سطح به جسم وارد می‌کند ($\mu_s > \mu_k$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ساکن می‌ماند، کاهش می‌یابد.
 (۲) با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، تغییر نمی‌کند.
 (۳) ساکن می‌ماند، تغییر نمی‌کند.
 (۴) با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، کاهش می‌یابد.

۷۱- جسمی روی سطح افقی تحت تاثیر نیروی افقی \vec{F} با سرعت ثابت کشیده می‌شود. اگر افزایش طول فنر در ضمن حرکت ۵

سانتی‌متر و ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح $0/2$ باشد، ثابت فنر چند $\frac{N}{cm}$ می‌باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

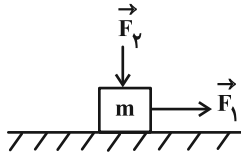


- (۱) ۲۰۰
 (۲) ۱۰۰
 (۳) ۲
 (۴) ۱

۷۲- مطابق شکل زیر جسمی به جرم m روی سطح افقی دارای اصطکاک تحت تاثیر دو نیروی هم‌اندازه F_1 و F_2 با تندی ثابت

$\frac{m}{s}$ ، روی خط راست در حال حرکت است. در یک لحظه جهت نیروهای F_1 و F_2 عکس می‌شود. ۲ ثانیه پس از این لحظه

تندی جسم چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$ و $\mu_k = 0/4$)



۸ (۱)

۴ (۲)

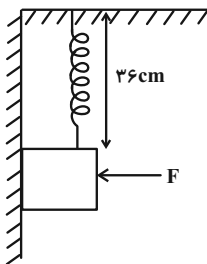
۶ (۳)

۱۲ (۴)

۷۳- مطابق شکل زیر وزنه‌ای به جرم 6kg به یک فنر به طول عادی 32cm با ثابت فنر $2 \frac{kN}{m}$ متصل است. اگر ضریب اصطکاک

ایستایی وزنه با دیوار $0/8$ باشد، حداقل با چه نیرویی بر حسب نیوتون وزنه را به دیوار بفشاریم تا این که فنر نتواند آن را روی

دیوار به طرف بالا حرکت دهد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۱۶ (۱)

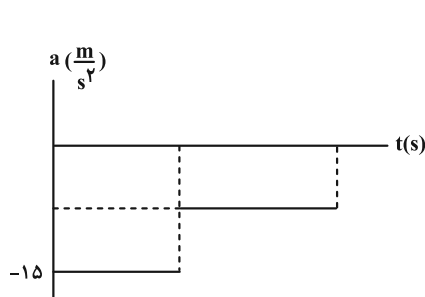
۱۸ (۲)

۲۰ (۳)

۲۵ (۴)

۷۴- نمودار شتاب- زمان جسمی به جرم 200g که از سطح زمین با تندی $30 \frac{m}{s}$ به طرف بالا پرتاب می‌شود، مطابق شکل زیر است.

اگر نیروی مقاومت هوا در تمام طول مسیر ثابت فرض شود، تندی جسم به هنگام برخورد با سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟



($g = 10 \frac{N}{kg}$)

$10\sqrt{3}$ (۱)

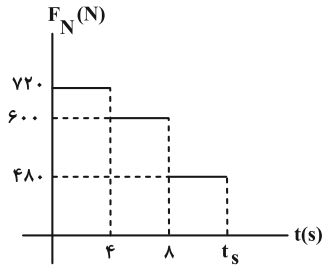
۳۰ (۲)

$3\sqrt{10}$ (۳)

$10\sqrt{6}$ (۴)

۷۵- درون آسانسوری شخصی به جرم 60kg قرار دارد. آسانسور از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر نمودار نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند بر حسب زمان به شکل زیر باشد، آسانسور پس از طی چه مسافتی و پس از چند ثانیه متوقف

می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و t_s لحظه توقف آسانسور است).



(۱) 12s ، 64m

(۲) 10s ، 64m

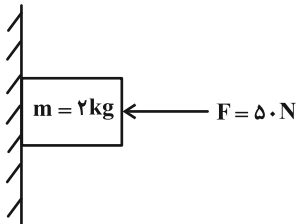
(۳) 12s ، 48m

(۴) 10s ، 48m

۷۶- مطابق شکل زیر در مبدأ زمان، جسمی به جرم 2kg روی یک دیوار قائم با تندی ثابت $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در حال حرکت به سمت پایین است.

اگر در لحظه $t = 6\text{s}$ اندازه نیروی F را 10 نیوتون افزایش دهیم، مسافت طی شده توسط جسم از لحظه شروع حرکت تا

توقف، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) $36/25$

(۲) $32/5$

(۳) 32

(۴) $42/5$

۷۷- چتربازی در حال سقوط است و نیروی مقاومت هوای وارد بر آن از رابطه $f_D = 5v^2$ به دست می‌آید. در لحظه‌ای که تندی چترباز

3 برابر تندی حدی آن است، بزرگی شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و v ، تندی چتر باز بر حسب متر بر

ثانیه است.)



(۲) 70

(۱) 80

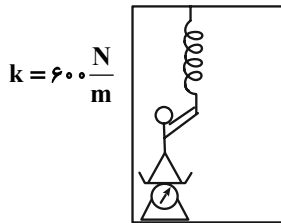
(۴) 60

(۳) 90

۷۸- در شکل مقابل شخصی به جرم 70kg روی ترازو در کف آسانسور قرار دارد و آسانسور با شتاب ثابت $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت تند شونده به

سمت پایین در حال حرکت است. این شخص به فنری که از سقف آسانسور آویزان شده است نیرو وارد می کند. اگر طول عادی فنر

۴۵ سانتی متر و طول آن در شکل ۲۰ سانتی متر باشد، ترازو چه عددی را بر حسب نیوتون نشان می دهد؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



۶۹۰ (۱)

۷۱۰ (۲)

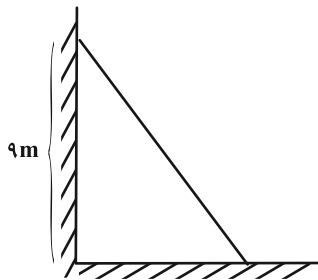
۵۶۰ (۳)

۹۹۰ (۴)

۷۹- نردبانی به طول 11m و جرم 18kg مطابق شکل زیر به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است و سر دیگر آن روی

سطح افقی دارای اصطکاک قرار دارد. اگر امتداد نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می کند از محل برخورد نردبان با دیوار

قائم عبور کند، بزرگی نیرویی که سطح قائم به نردبان وارد می کند چند نیوتون است؟ ($g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $\mu_s = 0/8$ و نردبان در



حال تعادل است.)

۱۴۴ (۱)

۲۲۰ (۲)

$40\sqrt{10}$ (۳)

$20\sqrt{10}$ (۴)

۸۰- مطابق شکل به جسمی روی سطح افقی دارای اصطکاک، نیروی افقی F وارد می شود و جسم از حال سکون شروع به حرکت

می کند. پس از آنکه به اندازه Δx جابه جا شد، نیروی F در یک لحظه قطع می شود و پس از آن جسم با طی کردن مسافت $4\Delta x$

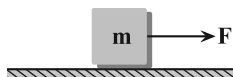
متوقف می شود. نیروی F چند برابر نیروی اصطکاک است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

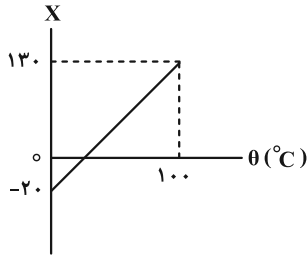
فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- نمودار دما در مقیاس X بر حسب درجه سلسیوس (θ) مطابق شکل زیر است. اگر دما در مقیاس X به اندازه 30° درجه افزایش

یابد، افزایش دما بر حسب درجه فارنهایت چقدر است؟



(۱) 20°

(۲) 36°

(۳) $\frac{140}{3}^\circ$

(۴) 148°

۸۲- در دمای معینی، طول دو میله مسی و آهنی مساوی ۱m است. دمای آنها را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا اختلاف طول

آنها $2/5\text{mm}$ شود؟ ($\alpha_{\text{مس}} = 1/7 \times 10^{-5} \text{C}^{-1}$ ، $\alpha_{\text{آهن}} = 1/2 \times 10^{-5} \text{C}^{-1}$)

(۲) 450°

(۱) 250°

(۴) 500°

(۳) 350°

۸۳- با افزایش دمای کره‌ای از 10°C به 70°C ، مساحت سطح آن $2/3$ درصد افزایش پیدا می‌کند. دمای کره را از 10°C به چند درجه

سلسیوس افزایش دهیم تا حجم کره $3/3$ درصد افزایش یابد؟

(۲) 50°

(۱) 180°

(۴) 120°

(۳) 70°

۸۴- درون ظرفی به حجم 100cm^3 به اندازه 80cm^3 مایعی با ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{K}$ ریخته‌ایم. حداقل ضریب انبساط طولی

ظرف در SI چقدر باشد تا اگر دمای مجموعه را 50K افزایش دهیم مایع از ظرف بیرون نریزد؟

$$\frac{1}{600} \quad (1) \quad \frac{1}{750} \quad (2)$$

$$\frac{1}{800} \quad (3) \quad 0/001 \quad (4)$$

۸۵- به 3 کیلوگرم از مایع (۱) و 2 کیلوگرم از مایع (۲) به مقدار مساوی Q گرما می‌دهیم و دمای آن‌ها به ترتیب، 36 درجه فارنهایت

و 12 کلوین افزایش می‌یابد. اگر همان مقدار از دو مایع (۱) و (۲) را در دمای 10 درجه سلسیوس با هم مخلوط کنیم و به مقدار

$2Q$ به آن‌ها گرما دهیم، دمای مخلوط به چند درجه فارنهایت می‌رسد؟ (اتلاف گرمایی نداریم.)

$$25 \quad (1) \quad 37 \quad (2)$$

$$65 \quad (3) \quad 77 \quad (4)$$

۸۶- 500 گرم آب 30°C داخل گرماسنجی به ظرفیت گرمایی $252 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ در حالت تعادل موجود است. اگر m گرم از آب را برداریم و

$2m$ گرم آب 50°C داخل گرماسنج بریزیم، دمای تعادل مجموعه 35°C می‌شود. m چند گرم است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$

$$160 \quad (2) \quad 80 \quad (1)$$

$$\frac{280}{3} \quad (4) \quad 140 \quad (3)$$

۸۷- توان یک کتری برقی 2kW می‌باشد. اگر 80% توان این کتری صرف جوش آوردن 400g آب 50°C درون آن شود، پس از چند

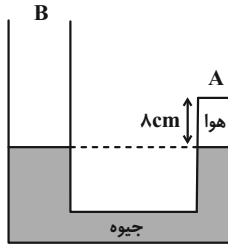
ثانیه 370g آب درون کتری باقی می‌ماند؟ $(L_V = 2240 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}})$

$$94/5 \quad (1) \quad 75/7 \quad (2)$$

$$70 \quad (4) \quad 84 \quad (3)$$

۸۸- در لوله U شکل زیر، مقداری هوا در شاخه A به دام افتاده است. دمای هوای محبوس را چند درجه سلسیوس افزایش دهیم تا

اختلاف ارتفاع دو شاخه برابر ۶ سانتی متر شود؟ ($P_0 = 76 \text{ cmHg}$ و $\theta_{\text{هوا}} = 31^\circ \text{C}$ ، $A_B = 10 \text{ cm}^2$ ، $A_A = 5 \text{ cm}^2$)



(۱) 85°

(۲) 188°

(۳) 219°

(۴) 492°

۸۹- حبابی از عمق ۳۰۵ متری یک اقیانوس، ۲۱۵ متر بالا می آید و مساحت سطح آن از 8 cm^2 به 18 cm^2 می رسد. دمای هوای درون

آن بر حسب کلوین چند برابر می شود؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

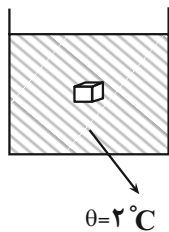
(۲) $\frac{14}{15}$

(۱) $\frac{15}{14}$

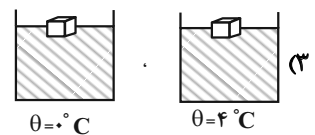
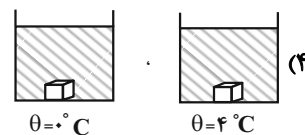
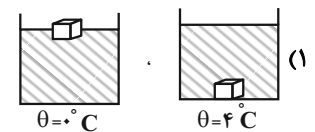
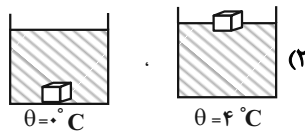
(۴) $\frac{5}{7}$

(۳) $\frac{7}{5}$

۹۰- وضعیت قرارگیری جسمی مطابق شکل درون یک ظرف آب با دمای 2°C نشان داده شده است. وضعیت قرارگیری این جسم در



آب 4°C و آب 0°C مطابق کدام گزینه است؟ (از تغییرات حجم جسم صرف نظر کنید.)



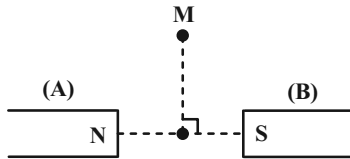
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: مغناطیسی صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- در شکل زیر، خاصیت آهنربایی در آهنربای A بیشتر از آهنربای B است. بردار میدان مغناطیسی در نقطه M (واقع بر عمود منصف پاره خط وصل کننده دو قطب) در کدام جهت است؟

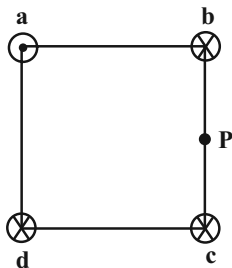


- (۱) →
- (۲) ←
- (۳) ↗
- (۴) ↘

۹۲- الکترونی با تندی v ، در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر راستای میدان مغناطیسی زمین در راستای افق به سمت شمال باشد، نیروی وارد بر الکترون به کدام سمت است؟

- (۱) شرق
- (۲) غرب
- (۳) شمال
- (۴) جنوب

۹۳- سیم‌های بلند و موازی حامل جریان‌های هم‌اندازه، مطابق شکل، عمود بر گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر جهت جریان در سیم‌های b و c تغییر کند، جهت میدان مغناطیسی خالص در نقطه P (وسط یک ضلع مربع) چه تغییری می‌کند؟

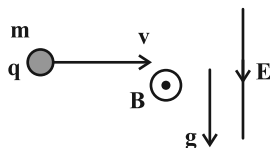


- (۱) 90° پادساعتگرد می‌چرخد.
- (۲) 90° ساعتگرد می‌چرخد.
- (۳) 180° می‌چرخد.
- (۴) تغییر نمی‌کند.

۹۴- مطابق شکل زیر گلوله‌ای به جرم $200g$ و بار $-1mC$ با سرعت $10^3 \frac{m}{s}$ در جهت نشان داده شده وارد فضایی می‌شود که در آن

میدان‌های $E = 10^3 \frac{N}{C}$ و B در جهت‌های نشان داده شده وجود دارند. اندازه B چند تسلا باشد تا ذره بدون انحراف به مسیر

خود ادامه دهد؟ (میدان‌های E و B یکنواخت هستند و $g = 10 \frac{N}{kg}$)

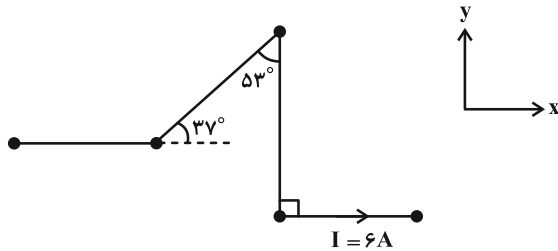


- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۰/۵
- (۴) ۱

۹۵- در شکل زیر، سیم راستی را به صورت خط شکسته درمی آوریم و در حالی که حامل جریان $6A$ است، آن را در میدان مغناطیسی

$\vec{B} = (400G) \vec{i}$ قرار می دهیم. اگر طول هر قطعه از سیم ۲ متر باشد، نیروی خالص وارد بر کل سیم چند نیوتون است؟

($\sin 37^\circ = 0/6$ و $\sin 53^\circ = 0/8$)



(۱) ۰/۰۹۶ ، برون سو

(۲) ۰/۰۹۶ ، درون سو

(۳) ۰/۱۹۲ ، برون سو

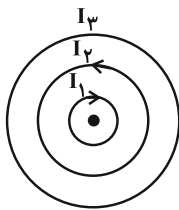
(۴) ۰/۱۹۲ ، درون سو

۹۶- در شکل زیر سه پیچۀ مسطح هم مرکز (۱)، (۲) و (۳) قرار دارد. شعاع پیچہ‌های (۱) و (۲) به ترتیب $r_1 = 5cm$ و $r_2 = 10cm$

است. پیچۀ (۱)، ۲۰ حلقه دارد و از آن جریان $5A$ می گذرد. همچنین پیچۀ (۲) ۱۵ حلقه دارد و جریان $20A$ از آن عبور

می کند. در این حالت، میدان برایند در مرکز پیچہ‌ها برابر صفر است. اگر جهت جریان پیچۀ (۳) بدون تغییر اندازه آن، عکس

شود، اندازه میدان مغناطیسی برایند در مرکز پیچہ‌ها چند گاوس خواهد شد؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)



(۱) ۶ ، درون سو

(۲) ۶ ، برون سو

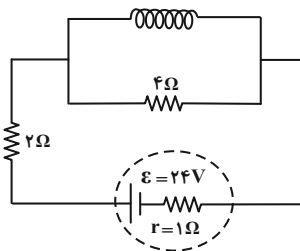
(۳) ۱۲ ، درون سو

(۴) ۱۲ ، برون سو

۹۷- در شکل زیر، سیملوله بدون هسته‌ای از سیمی به مقاومت 12Ω و شعاع مقطع $4mm$ ساخته شده است. اگر سیم‌ها بدون فاصله

و در یک ردیف در کنار هم پیچیده شده باشند، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله و روی محور آن چند گاوس است؟

($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)



(۱) ۶

(۲) ۴/۵

(۳) ۳

(۴) ۱/۵

۹۸- سیمی به طول L را یکبار به صورت پیچهای به شعاع R و یکبار به صورت سیملوله‌ای به شعاع $\frac{R}{2}$ درمی‌آوریم. اگر جریان عبوری از سیملوله، ۶ برابر جریان عبوری از پیچه باشد، میدان در مرکز پیچه و روی محور سیملوله برابر است. نسبت طول سیملوله به شعاع مقطع آن چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$
 (۳) ۲۴ (۴) ۴۸

۹۹- کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد مشخصات مواد پارامغناطیسی صحیح است؟
 الف) اتم‌های این مواد دارای خاصیت مغناطیسی هستند.

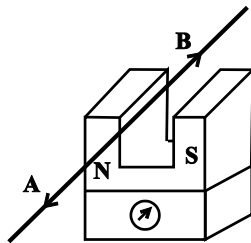
ب) میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در این مواد شود.

پ) از آنها برای ساختن آهنربای دائم استفاده می‌شود.

ت) در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

- (۱) الف و ت (۲) الف و ب
 (۳) ب و پ (۴) فقط الف

۱۰۰- مطابق شکل زیر، از سیمی به طول 50cm که در میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 400 گاوس و عمود بر آن قرار دارد، جریان ثابتی عبور می‌کند. اگر جهت جریان عبوری از سیم بدون تغییر اندازه آن عکس شود، عددی که ترازو نشان می‌دهد، $0/24$ نیوتون افزایش می‌یابد. جهت اولیه جریان عبوری از سیم و مقدار آن به ترتیب کدام است؟



- (۱) A، ۱۲ آمپر
 (۲) B، ۱۲ آمپر
 (۳) A، ۶ آمپر
 (۴) B، ۶ آمپر

یک روز، یک درس: روز یکشنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس فیزیک اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه درس‌ها نمونه

سوالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس فیزیک را در این روز از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحه مقطع خود دریافت کنید.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

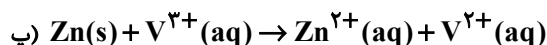
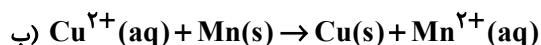
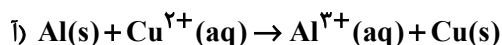
شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی (تا انتهای جاری شدن انرژی با سفر الکترون): صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر درباره الکتروشیمی نادرست است؟

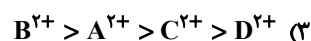
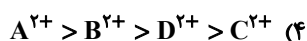
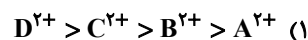
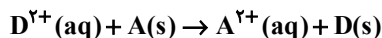
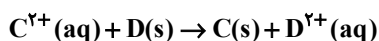
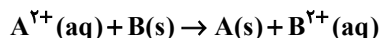
- تولید انرژی یکی از قلمروهای الکتروشیمی است که برکافت نمونه‌ای از آن می‌باشد.
 - دستگاه pH سنج دیجیتال یکی از دستاوردهای الکتروشیمی در قلمرو کنترل کیفی می‌باشد.
 - یکی از مزایای علم الکتروشیمی این است که می‌توان با استفاده از آن، در مسیر اصول شیمی سبز گام برداشت.
 - تولید لوله‌های فلزی انتقال آب و تولید سلول سوختی جزو قلمروهای متفاوتی از الکتروشیمی به شمار می‌روند.
 - باتری یکی از فرآورده‌های مهم صنعتی است که در آن با انجام یک فرایند فیزیکی، انرژی الکتریکی تولید می‌شود.
- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۰۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) باتری مولدی است که در آن واکنش‌های شیمیایی رخ می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی مواد به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.
- (۲) اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آن‌ها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند.
- (۳) ماده‌ای که با گرفتن الکترون سبب اکسایش گونه دیگر می‌شود کاهنده نامیده می‌شود.
- (۴) اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به نافلزها داده و به کاتیون تبدیل شوند.
- ۱۰۳- در واکنش‌های زیر پس از موازنه، نسبت بیشترین مول الکترون مبادله شده بین اکسنده و کاهنده به کمترین آن کدام بوده و بزرگترین ضریب گونه اکسنده مربوط به کدام گونه است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید).



۱۰۴- با توجه به واکنش‌های داده شده، کدام مقایسه در مورد قدرت اکسندگی کاتیون‌های موجود درست است؟



۱۰۵- چند مورد از موارد زیر به نیم‌واکنش اکسایش اشاره دارند؟

الف) تبدیل Sn^{2+} به Sn^{4+}

ب) تبدیل منیزیم فلزی به یون منیزیم

پ) تبدیل سرب (II) به سرب (IV)

ت) تبدیل یون آلومینیم به فلز آلومینیم

ث) تبدیل آهن (II) به فلز آهن

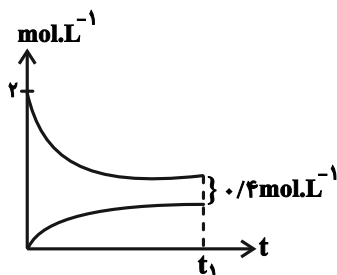
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۶- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- اگر قدرت اکسندگی یون X^{2+} از یون Mn^{2+} بیش‌تر باشد، یک قطعه از فلز X می‌تواند با محلول حاوی نمک‌های منگنز واکنش دهد.
- اگر یک قطعه فلز مس را در محلولی از آهن (II) کلرید قرار دهیم، به تدریج رنگ آبی محلول افزایش می‌یابد.
- در واکنش میان گاز اکسیژن و فلز پلاتین در دمای اتاق، هر مولکول اکسیژن با دریافت ۴ الکترون کاهش می‌یابد.
- در واکنش فلز روی با محلول مس (II) سولفات، شعاع یونی کاتیون‌های فرآورده بزرگ‌تر از شعاع اتمی آن‌ها می‌باشد.
- اگر تغییر دمای مخلوط واکنش $(A + B^{2+} \rightarrow \dots\dots\dots)$ بیش‌تر از مخلوط واکنش $(C + B^{2+} \rightarrow \dots\dots\dots)$ باشد، واکنش $(A + C^{2+} \rightarrow \dots\dots\dots)$ به‌طور طبیعی انجام‌پذیر است.

۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

۱۰۷- به یک لیتر محلول ۲ مولار از مس (II) سولفات، مقداری گرد آلومینیم اضافه می‌کنیم؛ اگر نمودار تغییر غلظت کاتیون‌های موجود در این محلول به‌صورت زیر باشد. از ابتدا تا انتهای واکنش (لحظه t_1)، چند مول الکترون مبادله شده است؟



۱) ۰/۳۲

۲) ۰/۹۶

۳) ۱/۲۸

۴) ۱/۹۲

۱۰۸- با قرار گرفتن تیغه درون محلول واکنش شیمیایی انجام می‌شود و در این واکنش به ازای مبادله

$10^{23} \times 9/03$ الکترون، جرم تیغه، گرم می‌یابد. ($Zn = 65, Cu = 64 : g.mol^{-1}$) و تمام رسوب ایجاد

شده بر روی تیغه می‌نشیند.

(۱) مس، روی سولفات، ۷۵٪، افزایش (۲) مس، روی سولفات، ۱/۵، کاهش

(۳) روی، مس (II) سولفات، ۷۵٪، کاهش (۴) روی، مس (II) سولفات، ۱/۵، افزایش

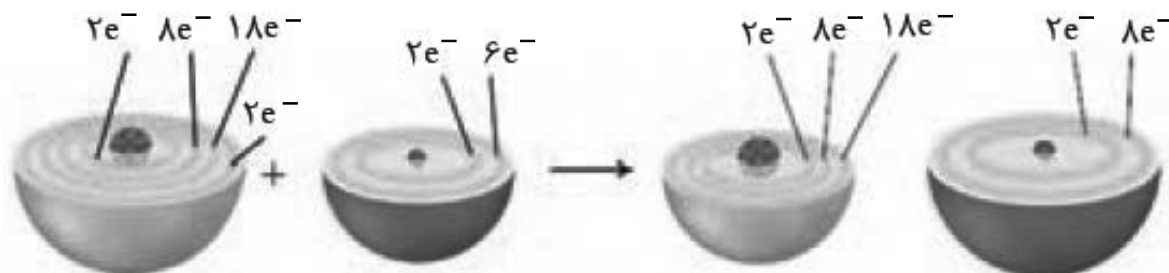
۱۰۹- تیغه‌ای به جرم ۲۵ گرم از جنس آلومینیم را وارد ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار نقره نیترات می‌کنیم اگر پس از مدتی غلظت

محلول نقره نیترات نصف شود و با فرض آن که ۵۰ درصد رسوب تولید شده روی تیغه قرار گیرد، درصد تغییرات جرم تیغه برابر

کدام است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود). ($Al = 27, Ag = 108 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱/۸ (۲) ۳/۶ (۳) ۷/۲ (۴) ۵/۴

۱۱۰- با توجه به شکل زیر، عبارت کدام گزینه نادرست است؟



(۱) شماره گروه عنصر اکسندده حدود ۱/۳۳ برابر شماره گروه عنصر کاهنده است.

(۲) مجموع n و l الکترون‌های لایه ظرفیت ذرات واکنش‌دهنده به اندازه ۴ واحد تغییر می‌کند.

(۳) عنصر اکسندده این واکنش می‌تواند با اغلب فلزها واکنش داده و نوعی باز آرنیوس تولید کند.

(۴) عنصر کاهنده همانند اغلب فلزهای واسطه با اکسید شدن به آرایش الکترونی پایدار گاز نجیب دست پیدا نمی‌کند.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا انتهای قسمت در میلیون): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- برای ضدعفونی کردن آب در کشورهای پیشرفته، در برخی مواقع از گاز اوزون استفاده می‌شود. اگر برای ضدعفونی کردن هر مترمکعب آب به 100g گاز اوزون نیاز باشد، جهت تهیه گاز اوزون برای ضدعفونی کردن آب استخری به حجم 1000 مترمکعب، تقریباً چند لیتر گاز O_3 طبق واکنش زیر در شرایط STP لازم است؟ ($\text{O} = 16\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



(۱) 105000

(۲) 70000

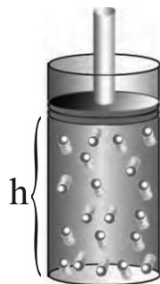
(۳) 35000

(۴) 47000

۱۱۲- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی با استفاده از متیزیم (II) اکسید و کلسیم (II) اکسید، گاز کربن دی‌اکسید را به مواد معدنی تبدیل می‌کنند.
- پلاستیک‌های سبز پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته شده و در ساختار آنها اتم اکسیژن وجود دارد.
- توسعه پایدار به این معنا است که در تولید هر فرآورده، تمام هزینه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی در نظر گرفته شود.
- تولید مواد زیست تخریب‌پذیر، کاهش یا توقف تولید و یا عدم مصرف موادی که ردپاهای سنگین در کره زمین باقی می‌گذارند، از اهداف شیمی سبز می‌باشد.

۱۱۳- سیلندری با پیستون روان به شکل زیر در اختیار داریم. اگر دمای گاز درون این سیلندر را ثابت نگه داریم، پیستون را به کدام سمت حرکت دهیم تا فشار درون آن 25% افزایش یابد و حجم سیلندر چند درصد مقدار اولیه خواهد شد؟



(۱) پایین - 20%

(۲) بالا - 20%

(۳) بالا - 80%

(۴) پایین - 80%

۱۱۴- ۴۵ گرم گاز اتان به صورت جداگانه در دو واکنش مختلف یک بار به صورت ناقص و یک بار به صورت کامل سوزانده می‌شود. تفاوت حجم

گاز اکسیژن مصرف شده در دو واکنش برابر چند لیتر است؟ (شرایط را STP در نظر بگیرید.) ($H=1, C=12, O=16 : g.mol^{-1}$)

۱) ۱۶/۸ (۲) ۴۴/۸

۳) ۳۳/۶ (۴) ۵۰/۴

۱۱۵- نسبت مولی اجزای یک مخلوط گازی به صورت $\frac{1}{4}$ نیتروژن، $\frac{1}{4}$ اکسیژن، $\frac{1}{5}$ آرگون و $\frac{1}{8}$ CO_2 است. اگر بقیه آن گاز کربن

مونوکسید باشد، درصد حجمی کربن مونوکسید در این مخلوط گازی کدام است و چنانچه در شرایط مناسب گاز کربن مونوکسید

به طور کامل با گاز اکسیژن واکنش دهد، درصد حجمی کربن دی‌اکسید در مخلوط گازی حاصل به تقریب کدام است؟

۱) ۳۳، ۱۷/۵ (۲) ۲۰، ۱۲/۵

۳) ۲۰، ۱۷/۵ (۴) ۳۳، ۱۲/۵

۱۱۶- کدام مطلب درست است؟

(۱) نیتروژن و هیدروژن در دما و فشار اتاق در حضور کاتالیزگر یا جرقه با سرعت کمی واکنش می‌دهند و NH_3 تولید می‌کنند.

(۲) در دما و فشار مناسب و در حضور کاتالیزگر از واکنش ۱ مول N_2 و ۳ مول H_2 تحت فرایند هابر، دو مول NH_3 تولید می‌شود.

(۳) مجموع ضرایب مواد در فرایند هابر با مجموع ضرایب مواد در معادله سوختن کامل متان برابر است.

(۴) به دلیل واکنش‌پذیری ناچیز گاز نیتروژن، امروزه فراورده صنعتی خاصی از این گاز تهیه نمی‌شود.

۱۱۷- کدام گزینه درباره ۸ یون فراوان‌تر موجود در آب دریا به نادرستی بیان شده است؟

(۱) اولین و دومین کاتیون فراوان در آب دریا، تعداد الکترون برابری در آرایش الکترونی خود دارند.

(۲) فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریا، در ترکیب با کاتیون نقره، یک ترکیب نامحلول در آب را ایجاد می‌کند.

(۳) در بین ۸ یون فراوان‌تر موجود در آب دریا، کاتیون یا آنیونی که مقدار بار آن برابر با ۳ باشد، وجود ندارد.

(۴) نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در ترکیب فراوان‌ترین یون چند اتمی موجود در آب دریا با یون باریم، برابر با $1/67$ می‌باشد.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۹۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام مطلب زیر درست است؟

(۱) قاووت، گردی مغذی و تهیه شده از مغز آفتابگردان و پسته است که دیرتر از مغز آن فاسد می‌شود.

(۲) بسته‌بندی روغن‌های مایع جهت ماندگاری در ظروف مات و کدر به نقش دما بر سرعت فاسد شدن مواد غذایی اشاره دارد.

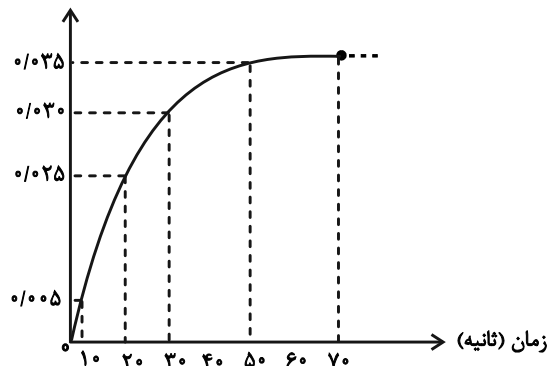
(۳) محیط‌های گرم، تاریک و خشک برای نگهداری انواع مواد غذایی شرایط مناسبی را به وجود می‌آورند.

(۴) برای نگهداری سالم برخی خوراکی‌ها آن‌ها را با خالی کردن هوای درون ظرف بسته‌بندی می‌کنند.

۱۲۲- مجموع سرعت واکنش تولید کلسیم کلرید از واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در بازه‌های زمانی ۲۰ تا ۳۰

ثانیه و ۱۰ تا ۵۰ ثانیه چند مول بر ثانیه است؟

مقدار ماده (مول)



(۱) $6/25 \times 10^{-4}$

(۲) $12/5 \times 10^{-4}$

(۳) $3/75 \times 10^{-3}$

(۴) $6/25 \times 10^{-3}$

۱۲۳- چند مورد از مطالب زیر درست هستند؟

* منجمد کردن فرآورده‌های گوشتی و پروتئینی، باعث کاهش سرعت فساد مواد غذایی می‌شود.

* سینتیک شیمیایی شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها و عوامل مؤثر بر این آهنگ می‌پردازد.

* نگهداری و بسته‌بندی روغن‌های مایع در ظرف‌های مات و کدر، مانع از رسیدن نور به آن‌ها شده و زمان ماندگاری آن‌ها را افزایش می‌دهد.

* برای افزایش زمان ماندگاری و کیفیت مواد غذایی، می‌توان اکسیژن را از محل نگهداری آن‌ها حذف کرد.

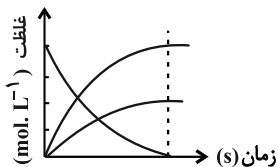
۴ (۴)

۳ (۳)

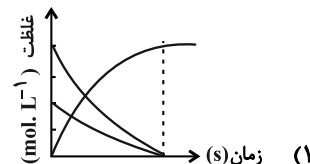
۲ (۲)

۱ (۱)

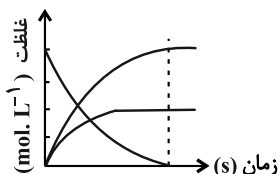
۱۲۴- کدام یک از نمودارهای غلظت - زمان زیر را می توان به واکنش کامل $2NO_2(g) \rightarrow 2NO(g) + O_2(g)$ نسبت داد؟



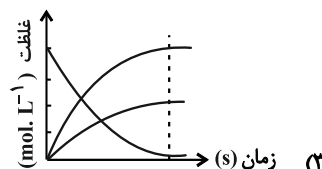
(۲)



(۱)

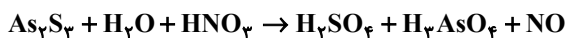


(۴)

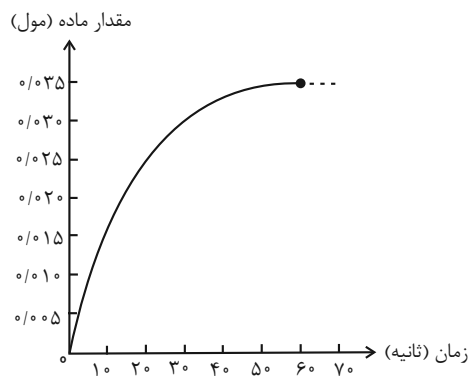


(۳)

۱۲۵- نمودار مقابل مربوط به گاز NO در واکنش موازنه نشده زیر است، سرعت متوسط تولید سولفوریک اسید در این واکنش در ۱۰



ثانیه دوم تقریباً چند $mol.min^{-1}$ است؟



(۱) ۰/۰۱۹

(۲) ۰/۰۲۷

(۳) ۰/۰۳۴

(۴) ۰/۰۴۵

۱۲۶- در محفظه‌ای به حجم ۲ لیتر ۰/۸ مول گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید در حال تجزیه شدن است. اگر پس از ۱۵۰ ثانیه مجموع شمار

مول‌های گازی موجود در ظرف برابر ۱/۲۵ باشد، تا این لحظه از واکنش درصد از این ماده تجزیه شده است و سرعت

متوسط واکنش برابر مول بر لیتر بر دقیقه است. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

گاز اکسیژن + گاز نیتروژن دی‌اکسید \rightarrow گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید

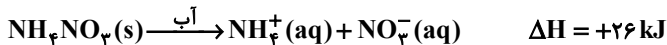
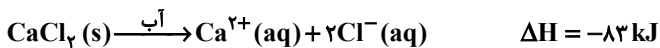
(۲) ۰/۰۳ ، ۴۲/۵

(۱) ۰/۰۶ ، ۴۲/۵

(۴) ۰/۰۳ ، ۳۷/۵

(۳) ۰/۰۶ ، ۳۷/۵

۱۲۷- با توجه به معادله‌های گرمایشیمیایی زیر کدام مطلب نادرست است؟ ($\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35/5, \text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) از انحلال NH_4NO_3 در آب برای سرد کردن محل آسیب دیده بدن استفاده می‌شود.
 (۲) از انحلال ۴g آمونیوم نیترات در آب، ۱/۳ کیلوژول انرژی توسط سامانه آزاد می‌شود.
 (۳) روند نمودار آنتالپی انحلال ترکیب یونی که نسبت شمار کاتیون به آنیون آن کم‌تر است، مشابه روند نمودار آنتالپی واکنش تولید اکسیژن از اوزون است.
 (۴) از انحلال مخلوطی از این دو نمک با نسبت مولی برابر در مقدار کافی آب، دمای محلول حاصل افزایش می‌یابد.

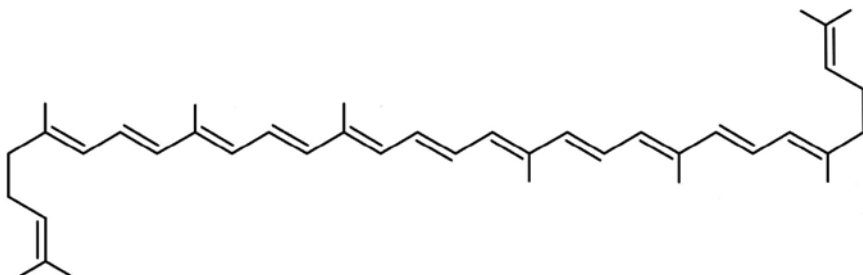
۱۲۸- در چند مورد از عبارات‌های زیر نقش عامل مؤثر بر سرعت واکنش درست آورده شده است؟

- * برخی افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند ← اثر کاتالیزگر
 - * حبه قند آغشته به خاک باغچه سریع‌تر با اکسیژن هوا واکنش می‌دهد و می‌سوزد ← اثر سطح تماس
 - * محلول هیدروژن پراکسید با افزودن دو قطره محلول پتاسیم یدید به سرعت تجزیه می‌شود ← اثر کاتالیزگر
 - * محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات (در واکنش با یک اسید آلی) با گرم شدن به سرعت بی‌رنگ می‌شود ← اثر دما
- ۱ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۱۲۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- * نصف کردن یک مکعب زغالی باعث افزایش سرعت سوختن آن می‌شود.
 - * افزودن محلول سدیم نیترات به محلول نقره کلرید باعث تشکیل سریع رسوب سفید رنگ نقره نیترات می‌شود.
 - * اکثر غذایی که در جهان فراهم می‌شود، به زیاله تبدیل می‌شود.
 - * در واکنش (موازنه نشده) ترمیت $\text{Al} + \text{Fe}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}$ آهن تشکیل شده در کف ظرف رسوب می‌کند.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۰- با توجه به ساختار زیر، چند مورد از عبارات‌های داده شده، درست هستند؟



- * نام این ترکیب لیکوپن بوده و فرمول مولکولی آن $\text{C}_{40}\text{H}_{56}$ است.
 - * در ساختار آن ۱۰۸ جفت الکترون پیوندی وجود داشته و در بدن با جذب رادیکال‌ها، جلوی آسیب بافتی را می‌گیرد.
 - * نحوه اثر این مولکول در بدن همانند نحوه اثر ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید آروماتیک در صنایع غذایی است.
 - * این مولکول در گیاهانی مانند گوجه‌فرنگی و هندوانه یافت شده و حضور آن می‌تواند باعث کاهش شیب نمودار غلظت- زمان مواد موجود در واکنش شود.
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

یک روز، یک درس: روز سه‌شنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس شیمی اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه درس‌ها

نمونه سوالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس شیمی را در این روز از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحه مقطع خود دریافت کنید.



آزمون ۳ آذر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان	
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-امیرمحمد باقری نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-محمد رضا راسخ-یاسین سپهر حسین شفیع زاده-علی شهبازی-فرشاد صدیقی فر-کامیار علییون-مهرداد کیوان-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیر حسین ابومحبوب-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-افشین خاصه خان-فرزانه خاکپاش-سوگند روشنی-فرید غلامی-احمد رضا فلاح-هادی فولادی مریم مرسلی-مهرداد ملوندی
	فیزیک	کامران ابراهیمی-عبدالرضا امینی نسب-امیر حسین برادران-پژمان بردبار-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمد جواد سورچی عطاله شادآباد-شیدا شیرزادی-پدرام قلعه شاخانی-مهدی کیوانلو-غلامرضا محبی-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم مصطفی واتقی-آرش یوسفی
	شیمی	هدی بهاری پور-محمد رضا پورچاوید-مسعود جعفری-امیرحاتمیان-ایمان حسین نژاد-پیمان خواجوی مجد-حسن رحمتی کوکنده فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی-امیرحسین طیبی-پارسا عیوض پور-علیرضا کیانی دوست-هادی مهدی زاده

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسین شفیع زاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	امیرحسین برادران	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمد حسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	علی رضایی سهیل تقی زاده مهدی بحر کاظمی	مهید خالئی	مهید خالئی	نیما امینی	امیررضا واشقانی ماهان زواری احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

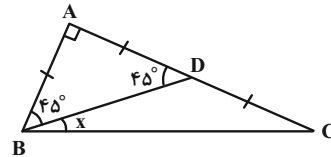


حسابان ۲

گزینه «۱» -۱

(یاسین سپهر)

مثلث ABD قائم الزاویه متساوی الساقین است. پس دو زاویه ABD و ADB هر دو برابر ۴۵° هستند.



از طرفی $\tan \hat{B} = 2$ است؛ زیرا:

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = 2$$

پس داریم:

$$\tan \hat{B} = \tan(x + 45^\circ) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{3}$$

(مسابان ۲- صفحه ۴۲)

گزینه «۳» -۲

(شاهین پروازی)

ابتدا $\tan 2x$ را می‌یابیم:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(\frac{1}{3})}{1 - (\frac{1}{3})^2} = \frac{4}{2}$$

حال $\tan y$ را می‌یابیم:

$$\tan(2x + y) = \frac{\tan 2x + \tan y}{1 - \tan 2x \tan y} = -2$$

$$\frac{\tan 2x = \frac{4}{2}}{1 - \frac{4}{2} \tan y} = -2 \Rightarrow \tan y = 2$$

و در نهایت $\tan 2y$ را حساب می‌کنیم:

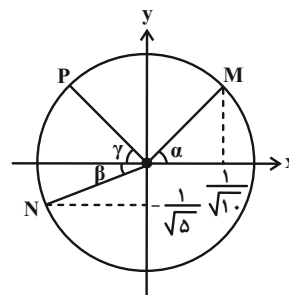
$$\tan 2y = \frac{2 \tan y}{1 - \tan^2 y} = \frac{4}{1 - 4} = -\frac{4}{3}$$

(مسابان ۲- صفحه ۴۲)

گزینه «۲» -۳

(کامیار علییون)

با توجه به شکل داریم:



$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

و طبق فرض سؤال $\alpha = \beta + \gamma$ یا $\alpha - \beta = \gamma$ است. عرض نقطه P برابر $\sin \gamma$ است:

$$y_P = \sin \gamma = \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow y_P = (\frac{3}{\sqrt{10}})(\frac{2}{\sqrt{5}}) - (\frac{1}{\sqrt{10}})(\frac{1}{\sqrt{5}}) = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۱» -۴

(کلاظم ایلائی)

ابتدا رابطه داده شده را باز می‌کنیم تا رابطه بین $\tan \beta$ و $\tan \alpha$ را پیدا کنیم:

$$3 \sin(\alpha + \beta) = 2 \sin(\alpha - \beta) \Rightarrow 3 \sin \alpha \cos \beta + 3 \sin \beta \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \beta - 2 \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin \alpha \cos \beta = -\frac{5 \sin \beta \cos \alpha}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5 \sin \beta}{3 \cos \beta}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{5}{3} \tan \beta \quad (*)$$

حال از اتحاد $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{20}{29} \Rightarrow 29 \tan \alpha = 10 + 10 \tan^2 \alpha$$

$$10 \tan^2 \alpha - 29 \tan \alpha + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{2}{5} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{2}{25} \\ \tan \alpha = \frac{5}{2} \xrightarrow{(*)} \tan \beta = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

گزینه «۲» -۵

(عادل عسینی)

روش اول: می‌توانیم از خود گزینه‌ها استفاده کنیم. مثلاً اگر $\alpha = 90^\circ$ را جایگذاری کنیم، داریم:

$$A = \frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin 90^\circ + \sin 18^\circ \cos 18^\circ$$

$$B = \cos 36^\circ \cos 90^\circ + \cos 18^\circ \sin 18^\circ - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

که از تساوی $A = B$ داریم:

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + \sin 36^\circ \sin 90^\circ = \cos 36^\circ \cos 90^\circ - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 36^\circ \cos 90^\circ - \sin 36^\circ \sin 90^\circ = \cos(36^\circ + 90^\circ)$$

$$= \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

که تساوی را برقرار می‌کند.

روش دوم:

$$18^\circ = \frac{\pi}{10} \text{ rad}, \quad 36^\circ = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} + \sin \frac{\pi}{5} \sin \alpha + \sin \frac{\pi}{10} \cos 2\alpha$$

$$= \cos \frac{\pi}{5} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{10} \sin 2\alpha - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\cos \frac{\pi}{5} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{5} \sin \alpha}_{\cos(\frac{\pi}{5} + \alpha)} + \underbrace{\cos \frac{\pi}{10} \sin 2\alpha - \sin \frac{\pi}{10} \cos 2\alpha}_{\sin(2\alpha - \frac{\pi}{10})} - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) + \sin(2(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \frac{\pi}{10}) - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \cos 2(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) - 2 \cos^2(\frac{\pi}{5} + \alpha) + 1 - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2(\frac{\pi}{5} + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) + \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 = 0$$

$\cos(\frac{\pi}{5} + \alpha)$ را متغیر جدید T در نظر می‌گیریم:

$$2T^2 - T + \frac{\sqrt{2}}{4} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{1 \pm \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}}{4} = \frac{1 \pm (2\sqrt{2} - 1)}{4} = \frac{1 - \sqrt{2}}{4} \quad \text{یا} \quad \frac{\sqrt{2}}{4}$$

اما فقط $\frac{\sqrt{2}}{4}$ برای ما آشناست و داریم:

$$\cos(\frac{\pi}{5} + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{4} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{5} + \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{4} = k \times 36^\circ + 9^\circ \\ \text{یا} \\ \alpha = 2k\pi - \frac{9\pi}{4} = k \times 36^\circ - 81^\circ \end{cases}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲) (مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۶- گزینه «۴»

(مورداد کیوان)

ابتدا ضابطه تابع را به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$f(x) = 4 \left(\frac{1 - \cos 2(\frac{\pi x}{3})}{2} \right) = 2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3}$$

و سپس معادله $f(x) = 1$ را حل می‌کنیم:

$$2 - 2 \cos \frac{2\pi x}{3} = 1 \Rightarrow \cos \frac{2\pi x}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi x}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{6k \pm 1}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های مثبت معادله عبارتند از: $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \dots$

که دومین جواب مثبت طول نقطه A ، سومین جواب طول نقطه B و چهارمین جواب طول نقطه C است.

$$\Rightarrow x_A = \frac{5}{2}, \quad x_B = \frac{7}{2}, \quad x_C = \frac{11}{2} \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{11}{2} - \frac{7}{2}}{\frac{7}{2} - \frac{5}{2}} = 2$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۷- گزینه «۲»

(مسئله شفیق زاده)

در ابتدا باید بگوییم که $\cos x \geq 0$ است، پس با توجه به محدوده تعیین

شده صورت سؤال، بازه $(0, \frac{\pi}{2}]$ مورد نظر ماست. حال طرفین تساوی را به

توان 2 می‌رسانیم:

$$\cos^2 x = \sin 2x + \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cos^2 x = 2 \sin 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 2 \sin 2x \Rightarrow \cos 2x = 2 \sin 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{1}{2}$$

x در بازه $(0, \frac{\pi}{2}]$ و به تبع آن $2x$ در بازه $(0, \pi]$ قرار می‌گیرد، و در

این بازه فقط یک کمان می‌توان یافت که تانژانت آن برابر $\frac{1}{2}$ باشد، در

نتیجه فقط یک مقدار برای x وجود دارد.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)



۸- گزینه «۴»

(مسئله شفیق زاده)

معادله را ساده تر می نویسیم:

$$\sin(\pi - 4x) = \sin 4x$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \tan 2x$$

$$\Rightarrow \sin 4x + \tan 2x = 0$$

از اتحاد $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ استفاده می کنیم و داریم:

$$2 \sin 2x \cos 2x + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 0 \Rightarrow \sin 2x \left(\frac{2 \cos^2 2x + 1}{\cos 2x} \right) = 0$$

$$\xrightarrow{2 \cos^2 2x + 1 \neq 0} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب های بازه $(0, \frac{3\pi}{2})$ عبارتند از $\frac{\pi}{2}$ و π که مجموع آنها برابر

$$\cos \frac{\theta}{9} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \theta = \frac{3\pi}{2} \text{ است، پس داریم:}$$

(مسئله ۲- صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

۹- گزینه «۳»

(مورداد کیوان)

جواب معادله در خود معادله صدق می کند، پس $x = \frac{\pi}{6}$ را جای گذاری

می کنیم و باید تساوی برقرار باشد:

$$\tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{7\pi}{12}\right) \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$\tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = -\cot \frac{\pi}{12}$ هم برابر $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ است که آن را به

صورت $-\frac{1}{\tan \frac{\pi}{12}}$ می نویسیم:

$$\Rightarrow -\frac{1}{\tan \frac{\pi}{12}} \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \tan\left(m - \frac{\pi}{6}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\Rightarrow m - \frac{\pi}{6} = k\pi - \frac{\pi}{12} \Rightarrow m = k\pi + \frac{\pi}{12}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

حال اگر $k = -1$ را به دلخواه جای گذاری کنیم، $m = -\frac{11\pi}{12}$ به دست

می آید.

(مسئله ۲- صفحه های ۳۵ تا ۴۴)

۱۰- گزینه «۳»

(مسئله شفیق زاده)

ابتدا معادله را ساده می کنیم:

$$1 - \sin^2 x + \sin nx \cos^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \cos^2 x + \sin nx \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x (1 + \sin nx) = 0$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} & (1) \\ \sin nx = -1 \Rightarrow nx = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \Rightarrow x = \frac{4k-1}{2n}\pi & (2) \end{cases}$$

دسته جواب (۱) در بازه $(0, 2\pi)$ دو جواب $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ را دارد، پس باید

دسته جواب (۲) نیز دو جواب متمایز از $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ داشته باشد، داریم:

$$0 < x = \frac{4k-1}{2n}\pi < 2\pi \Rightarrow 0 < \frac{4k-1}{2n} < 2 \Rightarrow \frac{1}{4} < k < n + \frac{1}{4}$$

در بازه داده شده، $k = 1$ صدق می کند، پس باید $k = 2$ نیز صدق کند و

مقدار دیگری برای k نتوانیم پیدا کنیم. برای این منظور $n + \frac{1}{4}$ باید بین

دو عدد صحیح ۲ و ۳ باشد، پس n باید برابر ۲ باشد.

از طرفی اگر $n = 3$ باشد، دسته جواب (۲) سه مقدار در بازه $(0, 2\pi)$

دارد که یکی از آنها $x = \frac{\pi}{2}$ (به ازای $k = 1$) است، این یعنی به ازای

$n = 3$ نیز معادله ۴ جواب متمایز دارد.

(مسئله ۲- صفحه های ۳۵ تا ۴۴)



ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۳»

(عادل مسینی)

طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x = \frac{x^2}{4} - x + 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

اما فقط $x = 4 + 2\sqrt{3}$ در معادله صدق می‌کند. با در نظر گرفتن مقدارتقریبی $\sqrt{3} \approx 1/7$ ، مقدار تقریبی جواب $7/4$ است که در بازه $(5/7, 7/7)$ قرار می‌گیرد.

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱۲- گزینه «۴»

(مسعود برملا)

عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم و طبق سؤال باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$\frac{x^2}{2} > \frac{4}{x}$$

بدیهی است که به ازای تمام x ‌های منفی نامعادله بالا درست است؛ زیرا سمت چپ مثبت و سمت راست منفی است. حال محدوده قابل قبول در x ‌های مثبت را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{x > 0}{x^3} > 8 \Rightarrow x > 2$$

پس مجموعه جواب‌های نامعادله $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ یا $\mathbb{R} - [0, 2]$ است.

$$\Rightarrow a = 0, b = 2 \Rightarrow b - a = 2$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۳- گزینه «۲»

(فرشاد صریقی‌فر)

ابتدا توجه کنید که اگر $|x| = x$ باشد، مخرج صفر می‌شود، پس $x < 0$ است. حال سراغ حل نامعادله می‌رویم:

$$\frac{(x-1)(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x-1)(x+1)(x^2+1)}{2x} \leq 0$$

$$= \frac{(x-1)^3(x+1)^2(x^2+x+1)(x^2+1)}{2x} \leq 0$$

عبارات $x^2 + x + 1$ و $x^2 + 1$ همواره مثبت هستند و تأثیری در تعیین

علامت‌ها ندارند:

	-1	0	1	
$(x-1)^3$	-	-	-	+
$(x+1)^2$	+	+	+	+
$2x$	-	-	+	+
	+	+	-	+

بازه قابل قبول $\{0, 1\} \cup \{-1\}$ است که با توجه به شرط $x < 0$ ، جواب نامعادله $\{-1\}$ است.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعارله‌ها: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۱۴- گزینه «۴»

(مسین شفیق‌زاده)

بین a ، b و ۱ براساس ویژگی‌های جملات متوالی دنباله حسابی رابطه $a = 2b - 1$ برقرار است.در این شرایط $b > \frac{1}{4}$ است؛ زیرا جملات دنباله مثبت هستند. حال معادله را

$$(2b-1)x^2 + bx + 1 = 0$$

به صورت روبه‌ور می‌نویسیم:

این معادله باید دو جواب داشته باشد، پس Δ آن مثبت است:

$$\Delta = b^2 - 4(2b-1) > 0 \Rightarrow b^2 - 8b + 4 > 0 \Rightarrow \begin{cases} b < 4 - 2\sqrt{3} \\ b > 4 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

با توجه به شرط $b > \frac{1}{4}$ محدوده قابل قبول برای b مجموعه

$$\left(\frac{1}{4}, 4 - 2\sqrt{3}\right) \cup (4 + 2\sqrt{3}, +\infty)$$

است. حال اگر α و β را

جواب‌های معادله ساخته شده در نظر بگیریم، مجموع معکوس‌های آن‌ها برابر

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-b}{2b-1} = -b$$

است با:

در نتیجه محدوده $-b$ مجموعه

$$\left(-\infty, -4 - 2\sqrt{3}\right) \cup \left(-4 + 2\sqrt{3}, -\frac{1}{4}\right)$$

گزینه‌ها فقط -8 است که در این مجموعه قرار می‌گیرد.

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)



۱۵- گزینه «۲»

(امیرمهمرباقری نصرآبادی)

قاعده مثلث هاشورخورده اختلاف صفرهای تابع و ارتفاع آن برابر ۴ است.

$$\text{قاعده} = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{16 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{12}}{|a|} = \frac{2\sqrt{3}}{|a|}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\sqrt{3}}{|a|} \right) (4) = 4\sqrt{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

دهانه‌های سهمی رو به پایین است، پس $a = -\frac{1}{2}$ و در نتیجه $c = -2$.

پس معادله سهمی داده شده $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 2$ است که مجموع

$$\text{صفرهای آن برابر } 8 = \frac{4}{-\frac{1}{2}} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱۶- گزینه «۲»

(علی شهرایی)

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 8 = 0$ را حساب

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{a} = 3 \\ P = \frac{c}{a} = -8 \end{cases} \text{ می‌کنیم؛}$$

$x_1 = \alpha^2\beta$ و $x_2 = \alpha\beta^2$ ریشه‌های معادله بالا بودند، پس داریم:

$$x_1 x_2 = (\alpha^2\beta)(\alpha\beta^2) = (\alpha\beta)^3 = -8 \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

$$x_1 + x_2 = \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = 3 \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{-2}$$

با توجه به این که $\alpha + \beta = -\frac{3}{2}$ است، $3\alpha + 2\beta$ برابر است با:

$$\alpha + 2\alpha + 2\beta = \alpha + 2(\alpha + \beta) = \alpha - 3$$

پس ریشه‌های معادله، دو عدد $\alpha - 3$ و $\beta - 3$ هستند.

S و P معادله جدید را حساب می‌کنیم:

$$S_c = (\alpha - 3) + (\beta - 3) = \alpha + \beta - 6 = -\frac{3}{2} - 6 = -\frac{15}{2}$$

$$P_c = (\alpha - 3)(\beta - 3) = \alpha\beta - 3(\alpha + \beta) + 9$$

$$= -2 - 3\left(-\frac{3}{2}\right) + 9 = -2 + \frac{9}{2} + 9 = \frac{23}{2}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S_c x + P_c = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{15}{2}x + \frac{23}{2} = 0$$

$$\times 2 \rightarrow 2x^2 + 15x + 23 = 0$$

در نهایت مطلوب سؤال برابر است با:

$$c - b = 23 - 15 = 8$$

(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۷- گزینه «۱»

(مهمرباقری نصرآبادی)

روش زیبایی حل این سؤال این است که فرض کنیم

$$a(x) = 4x^2 + 15x + 17 \quad \text{و} \quad b(x) = x^2 + 4x + 12$$

$c(x) = x^2 + x + 1$ باشد، در این صورت معادله به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{a(x)}{b(x)} = \frac{a(x) + c(x)}{b(x) + c(x)}$$

$$\Rightarrow a(x)b(x) + a(x)c(x) = a(x)b(x) + b(x)c(x)$$

$$\Rightarrow a(x)c(x) = b(x)c(x)$$

حال چون $c(x) \neq 0$ است، نتیجه می‌گیریم که $a(x) = b(x)$ است:

$$4x^2 + 15x + 17 = x^2 + 4x + 12 \Rightarrow 3x^2 + 11x + 5 = 0$$

این معادله دو جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر $-\frac{11}{3}$ است.

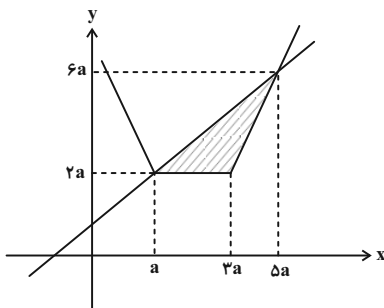
(مسئله ۱- پیر و معارله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۸- گزینه «۲»

(مسئله شفیع زاده)

برای این که سطحی بین خط و نمودار تابع گلدانی ایجاد شود، لازم است که

a مثبت باشد. حال با این فرض شکل زیر را داریم:



پس مساحت مثلث هاشورخورده برابر ۳۶ است:

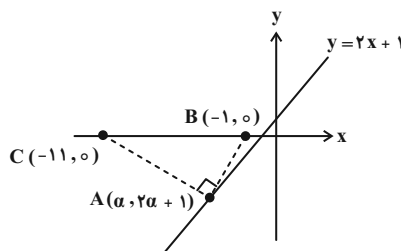
$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}(2a)(4a) = 4a^2 = 36 \Rightarrow a = 3$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۹- گزینه «۲»

(جوایزش نیکنام)

شکل زیر را در نظر می‌گیریم:



مطابق شکل شیب خطوط AB و AC قرینه و معکوس یکدیگرند:

$$m_{AB} = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 1}, \quad m_{AC} = \frac{2\alpha + 1}{\alpha + 11}$$

$$\frac{m_{AB} \cdot m_{AC} = -1}{\frac{(2\alpha + 1)^2}{(\alpha + 1)(\alpha + 11)}} = -1$$

$$\Rightarrow 4\alpha^2 + 4\alpha + 1 = -\alpha^2 - 12\alpha - 11$$

$$\Rightarrow 5\alpha^2 + 16\alpha + 12 = (\alpha + 2)(5\alpha + 6) = 0 \Rightarrow \alpha = -2 \text{ یا } -\frac{6}{5}$$

در این صورت مختصات نقطه A به صورت $A(-2, -3)$ یا

$A(-\frac{6}{5}, -\frac{7}{5})$ خواهد بود که کمترین فاصله از مبدأ مختصات برابر

$$\sqrt{\left(-\frac{6}{5}\right)^2 + \left(-\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{85}}{5} \text{ است.}$$

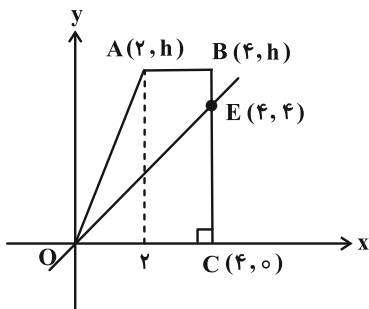
(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۲۰- گزینه «۴»

(ناظم ایلالی)

ارتفاع دوزنقه را که مطلوب مسئله است، h در نظر می‌گیریم. در نتیجه

مختصات رأس‌های دوزنقه مطابق شکل زیر است:



همچنین محل برخورد خط $y = x$ با ضلع BC نقطه $E(4, 4)$ است.

حال باید مساحت مثلث OCE و چهارضلعی $OABE$ باید برابر باشند.

مساحت مثلث OCE برابر $8 = \frac{4 \times 4}{2}$ است، پس مساحت چهارضلعی

$OABE$ را نیز باید برابر ۸ قرار دهیم.

می‌توانیم چهارضلعی $OABE$ را متشکل از دو مثلث OAE و ABE

در نظر بگیریم و مجموع مساحت آن‌ها را برابر ۸ قرار دهیم، اما راه ساده‌تر

این است که مساحت چهارضلعی را مستقیم حساب کنیم:

$$S_{OABE} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 4 \\ 2 & h \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |8h - (2h + 16)| = \frac{|6h - 16|}{2}$$

$$\Rightarrow S_{OABE} = |3h - 8| = 8 \xrightarrow{h > 4} 3h - 8 = 8$$

$$\Rightarrow h = \frac{16}{3}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

$$\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & c^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \times a & b \times b & c \times c \\ a \times 1 & b \times 1 & c \times 1 \\ a \times \frac{1}{a} & b \times \frac{1}{b} & c \times \frac{1}{c} \end{vmatrix} = k$$

از مقادیر a ، b و c به ترتیب در ستون‌های اول، دوم و سوم فاکتور می‌گیریم.

$$\Rightarrow abc \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \end{vmatrix} = k$$

سپس مقدار abc را در سطر سوم ضرب می‌کنیم.

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{abc}{a} & \frac{abc}{b} & \frac{abc}{c} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} = k$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(سوکنر روشنی)

۲۴- گزینه «۴»

دترمینان را محاسبه کرده و برابر صفر قرار می‌دهیم؛ (نسبت به سطر دوم بسط می‌دهیم)

$$0 + 1(8-1) - x(2x+2+3) = 0$$

$$7 - 2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{5}{2} \\ P = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{S}{P} = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{7}{2}} = \frac{5}{7}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهرداد ملونری)

۲۵- گزینه «۳»

تساوی داده شده را به صورت $BAC = -2I$ می‌نویسیم، در این صورت $|-2I| = |B||A||C|$. دترمینان ماتریس‌های B و C به صورت زیر هستند:

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(اعدمرضا فلاح)

فرض:

$$A^3 = 2I$$

$$A^3 + A = 2I + A \Rightarrow A(A^2 + I) = 2I + A$$

از طرفین دترمینان می‌گیریم:

$$|A| |A^2 + I| = |2I + A| \Rightarrow \frac{|2I + A|}{|A^2 + I|} = |A|$$

از طرفی داریم:

$$A^3 = 2I \xrightarrow{\text{دترمینان}} |A^3| = |2I| = 2^3 |I| = 8$$

$$\Rightarrow |A|^3 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

بنابراین جواب سؤال برابر ۲ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهرداد ملونری)

۲۲- گزینه «۲»

ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = A^2 + A + I = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$|B| \stackrel{\text{ساروس}}{=} \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = (1+36+6) - (6+6+6) = 25$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(امیرحسین ابومصوب)

۲۳- گزینه «۱»

می‌دانیم اگر سطری (ستونی) از ماتریس در عدد حقیقی m ضرب شود، دترمینان ماتریس m برابر می‌شود، بنابراین داریم:



هیچ مقداری برای m وجود ندارد که $|AB| = 0$ باشد. (مورد الف): نادرست)

$$|BA| \stackrel{\text{ساروس}}{=} (\Delta(m^2 + 1) + (2m + 1) + (2m + 1))$$

$$-((2m + 1)^2 + \Delta + (m^2 + 1)) = 0$$

به ازای تمام مقادیر حقیقی m رابطه $|BA| = 0$ برقرار است. (مورد ب): نادرست)

مورد (پ) درست است، زیرا $|AB| \neq 0$ و $|BA| = 0$ و به ازای هیچ مقدار m ، رابطه $|AB| = |BA|$ برقرار نیست.

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۸- گزینه «۱» (امیررضا خلاج)

$$|I - AB| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = -6 + 5 = -1$$

$$|I - AB| = |AA^{-1} - AB| = |A(A^{-1} - B)| = |A| |A^{-1} - B| \\ = |A^{-1} - B| |A|$$

$$= |(A^{-1} - B)A| = |A^{-1}A - BA| = |I - BA| = -1$$

$$|BA - I| = |-(I - BA)| = (-1)^2 |I - BA| = |I - BA| = -1$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۹- گزینه «۴» (امیرسین ابومصوب)

ابتدا دترمینان ماتریس A را با استفاده از بسط برحسب ستون دوم به دست می‌آوریم:

$$|A| = (-1) \times (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

با جایگذاری ماتریس B برحسب ماتریس A در رابطه داریم:

$$|A^3 B^2| = |A^3 \times (-2A)^2| = |A^3 \times 4A^2| = |4A^5|$$

$$= 4^3 \times |A^5| = 4^3 \times |A|^5 = 2^6 \times (-2)^5 = -2^{11}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۳۰- گزینه «۱» (سوکندر روشنی)

$$|A + B| = \frac{1}{|(A + B)^{-1}|} = 6, \quad |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{3}$$

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A + B)A^{-1}|$$

$$= |A + B| |A^{-1}| = 6 \times \frac{1}{3} = 2$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{حاصلضرب درایه‌های قطر اصلی}} 1 \times 1 \times 2 = 2$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{منفی حاصل ضرب درایه‌های قطر فرعی}} -(-1) \times 1 \times 2 = 2$$

$$|-2I| = (-2)^3 |I| = -8$$

همچنین داریم:

در نتیجه:

$$|B| |A| |C| = |-2I| \Rightarrow |A| = \frac{-8}{2 \times 2} = -2$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۶- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

اگر از طرفین رابطه داده شده دترمینان بگیریم، خواهیم داشت:

$$|A| |A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 & 0 \\ 0 & -1 & |A| \\ 0 & 0 & -3|A| \end{vmatrix}$$

$$|A|^4 = |A| (3|A|) = 3|A|^3 \Rightarrow |A|^4 - 3|A|^3 = 0$$

$$\Rightarrow |A|^3 (|A| - 3) = 0$$

چون A وارون پذیر است، $|A| \neq 0$ و در نتیجه $|A|^3 = 3$ است.

$$|kA^2| = k^2 |A|^2 = 24 \Rightarrow k^2 = 6 \Rightarrow k = 2$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۷- گزینه «۳» (مهرادر ملونری)

ماتریس B را نوشته و ماتریس‌های AB و BA را تشکیل می‌دهیم:

$$B = \begin{bmatrix} m & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} m^2 + 4 & -m - 2 \\ -m - 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} m^2 + 1 & -1 & 2m + 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2m + 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 3(m^2 + 4) - (m + 2)^2 = \underbrace{2m^2 - 4m + 8}_{(\Delta = -48)} \neq 0$$



ریاضیات گسسته

گزینه «۲» - ۳۱

(افشین فاضلان)

اگر عضو دلخواهی از مجموعه A را با x نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$4x \equiv 17 \pmod{5} \Rightarrow 4x \equiv 12 \xrightarrow{(4,5)=1} x \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow x \in [3]_5$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

گزینه «۴» - ۳۲

(امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا با محاسبه فاصله یازدهم تیرماه تا اول دی ماه، مشخص می‌کنیم اول دی ماه آن سال چه روزی از هفته است.

$$\begin{array}{r} 20 + \underbrace{2 \times 31}_{\text{مرداد و شهریور}} + \underbrace{3 \times 30}_{\text{مهر تا آذر}} + \underbrace{1}_{\text{دی}} = 173 \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ \text{تیر} \qquad \qquad \qquad \text{دی} \end{array}$$

$$173 = 24 \times 7 + 5$$

بنابراین اول دی ماه پنج روز بعد از سه‌شنبه، یعنی یکشنبه است. در نتیجه اولین چهارشنبه دی ماه روز چهارم و سومین چهارشنبه، روز هجدهم دی ماه است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

گزینه «۲» - ۳۳

(امیرمسین ابومیبوب)

معادله هم‌نهستی $ax \equiv b \pmod{m}$ در صورتی در مجموعه اعداد صحیح دارای جواب است که $b \mid (a, m)$. بنابراین داریم:

$$(a, 90) \mid 24 \Rightarrow (a, 2 \times 3^2 \times 5) \mid 2^3 \times 3$$

در نتیجه a فاقد عامل ۵ است و حداکثر یک عامل ۳ دارد. همچنین a می‌تواند عامل ۲ داشته باشد یا فاقد آن باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: شرط وجود جواب معادله آن است که $2 \mid (a, 6)$. در صورتی که a مضرب ۳ باشد، معادله جواب ندارد.

گزینه «۲»: شرط وجود جواب معادله آن است که $3 \mid (a, 9)$. با توجه به

این که $9 = 3^2$ و a حداکثر یک عامل ۳ دارد، رابطه عادی برقرار است و معادله در مجموعه اعداد صحیح جواب دارد.

گزینه «۳»: شرط وجود جواب معادله آن است که $4 \mid (a, 8)$. اگر a مضرب ۸ باشد، معادله جواب ندارد.

گزینه «۴»: شرط وجود جواب معادله آن است که $5 \mid (a, 15)$. اگر a مضرب ۳ باشد، معادله جواب ندارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

گزینه «۲» - ۳۴

(فرزاد یواری)

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\begin{aligned} 32x^2 - 19x + 1 &\equiv 0 \pmod{32} \Rightarrow -19x + 1 \equiv 0 \pmod{32} \\ \Rightarrow 19x &\equiv 1 \pmod{32} \Rightarrow 3x \equiv 1 \pmod{9} \xrightarrow{(3,8)=1} x \equiv 3 \pmod{8} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 8k + 3 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

می‌خواهیم x دو رقمی باشد، پس داریم:

$$10 \leq 8k + 3 < 100 \Rightarrow 7 \leq 8k < 97 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 1 \leq k \leq 12$$

پس ۱۲ مقدار برای k و در نتیجه ۱۲ عدد طبیعی دو رقمی x پیدا می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

گزینه «۳» - ۳۵

(امدرضا فلاح)

$$\left. \begin{array}{l} A \equiv 4 \equiv -14 \pmod{9} \\ A \equiv 8 \equiv -14 \pmod{11} \end{array} \right\} \Rightarrow A \equiv -14 \pmod{9 \times 11} \Rightarrow A \equiv -14 \pmod{99}$$

$$\Rightarrow baba \equiv -14 \pmod{99} \Rightarrow (a+10b) + 100(a+10b) \equiv -14 \pmod{99}$$

$$\xrightarrow{100 \equiv 1 \pmod{99}} 2(a+10b) \equiv -14 \pmod{99} \Rightarrow a+10b \equiv -7 \pmod{99}$$

$$\Rightarrow ba \equiv -7 \pmod{99} \Rightarrow \begin{cases} b=9 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = 18$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه «۱» - ۳۶

(امیرمسین ابومیبوب)

فرض کنیم $d = (n^2 + 3n + 1, 8n + 5)$ باشد، در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \mid n^2 + 3n + 1 \xrightarrow{\times 8} d \mid 8n^2 + 24n + 8 \\ d \mid 8n + 5 \xrightarrow{\times n} d \mid 8n^2 + 5n \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 19n + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3=4 & \text{غ ق ق} \\ 2a+3=13 \Rightarrow a=5 \end{cases}$$

$$\Delta x \equiv 1 \equiv 1+9=10 \xrightarrow[(3,5)=1]{+5} x \equiv 2 \Rightarrow x=3k+2$$

$$100 \leq 3k+2 \leq 999$$

$$98 \leq 3k \leq 997 \Rightarrow 33 \leq k \leq 332$$

$$k \text{ تعداد: } 332-33+1=300$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۳۹- گزینه «۳» (سوکلند روشنی)

عدد $n!$ به ازای $n \geq 4$ بر ۸ بخش پذیر است، پس اگر عبارت سمت چپ را باز کنیم خواهیم داشت:

$$0!+2!+4!+\dots \equiv 1+2+0+\dots \equiv 3$$

$$\text{از طرفی: } 1402 \equiv 2$$

$$\text{در نتیجه } 3x \equiv 2-8 \equiv -6 \xrightarrow{+3} x \equiv -2$$

$$\Rightarrow x=8k-2 \xrightarrow{k=125} x=998$$

$$\text{مجموع ارقام: } 9+9+8=26$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴۰- گزینه «۳» (سوکلند روشنی)

$$(n+30, 2n-7) = d \Rightarrow \begin{cases} d | n+30 \xrightarrow{\times 2} d | 2n+60 \\ d | 2n-7 \longrightarrow d | 2n-7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d | 67 \Rightarrow \begin{cases} d=1 & \text{غ ق ق} \\ d=67 \end{cases}$$

شرط وجود جواب این معادله هم‌نهشتی به صورت زیر است:

$$(n+30, 2n-7) | 2a+1 \Rightarrow 67 | 2a+1 \Rightarrow 2a+1 \equiv 0 \pmod{67}$$

$$\Rightarrow 2a \equiv -1+67=66 \Rightarrow a \equiv 33 \Rightarrow a=67k+33$$

$$100 \leq 67k+33 \leq 999$$

$$67 \leq 67k \leq 966$$

$$1 \leq k \leq 14$$

$$k \text{ تعداد} = 14$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

$$\left. \begin{aligned} d | 19n+8 \xrightarrow{\times 8} d | 152n+64 \\ d | 8n+5 \xrightarrow{\times 19} d | 152n+95 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 31 \xrightarrow{d \neq 1} d=31$$

$$8n+5 \equiv 0 \Rightarrow 8n \equiv -5 \equiv -5+3 \times 31$$

$$\Rightarrow 8n \equiv 88 \xrightarrow[(8,31)=1]{+8} n \equiv 11 \Rightarrow n=31k+11$$

به ازای $k=3$ ، کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی ممکن به دست می‌آید:

$$k=3 \Rightarrow n=31 \times 3+11=104 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 5$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۷- گزینه «۴» (امد رضا فلاح)

می‌دانیم حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی، مضرب ۶ است، بنابراین داریم:

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = (x-1)x(x+1) = 6q \Rightarrow x^3 - x \equiv 0 \pmod{6}$$

$$x^3 + x + 2 \equiv 0 \Rightarrow (x^3 - x) + (2x+2) \equiv 0$$

$$\Rightarrow 0 + 2x + 2 \equiv 0 \Rightarrow 2(x+1) \equiv 0 \xrightarrow[(2,6)=2]{+2} \Rightarrow 0 + 2x + 2 \equiv 0 \Rightarrow 2(x+1) \equiv 0$$

$$x+1 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv -1 \Rightarrow x=3k-1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \text{ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی} = 3(33)-1=98$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9+8=17$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۳۸- گزینه «۲» (سوکلند روشنی)

اگر عددی بر ۹۹ بخش پذیر باشد بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر است. در نتیجه:

$$8+b+6+a+a \equiv 0 \pmod{9}$$

$$2a+b \equiv 4 \pmod{9} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ \text{یا} \\ 2a+b=13 \end{cases}$$

$$8b+aa \equiv a-a+6-b+8 \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 14 \equiv 3 \Rightarrow b=3$$



آمار و احتمال

گزینه «۳» -۴۱

(سوکنر روشنی)

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» به ازای $x=1$ ، هیچ y ای عضو اعداد طبیعی نمی‌توان یافت که در نامساوی صدق کند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

گزینه «۱» -۴۲

(مریم مرسلی)

نقیض گزاره p نادرست است، پس گزاره p و در نتیجه گزاره $p \vee (q \wedge r)$ درست است. یک ترکیب دو شرطی تنها در صورتی درست است که دو گزاره سازنده آن دارای ارزش یکسان باشند، بنابراین گزاره $q \Rightarrow (\sim p \wedge r)$ باید درست باشد. از طرفی $\sim p$ و در نتیجه $\sim p \wedge r$ نادرست هستند، پس لزوماً q نیز باید نادرست باشد تا ترکیب شرطی به انتغای مقدم درست شود. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:

$$\sim (q \wedge r) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p) \equiv \underbrace{\sim (F \wedge r)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(r \Rightarrow T)}_T \equiv T$$

گزینه «۲»:

$$(p \Rightarrow r) \vee q \equiv \underbrace{(T \Rightarrow r)}_r \vee F \equiv r$$

گزینه «۳»:

$$(\sim r \Rightarrow q) \wedge p \equiv \underbrace{(\sim r \Rightarrow F)}_r \wedge T \equiv r$$

گزینه «۴»:

$$(r \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r) \equiv (r \Leftrightarrow T) \Leftrightarrow (F \Leftrightarrow r) \\ \equiv r \Leftrightarrow \sim r \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

گزینه «۲» -۴۳

(فرزانه فالکپاش)

حالت‌های ممکن برای این افراز عبارتند از:

(۱) یک زیرمجموعه ۴ عضوی و یک زیرمجموعه ۲ عضوی که تعداد اعضای

این دسته برابر است با:

$$\binom{6}{2} = 15$$

(۲) دو زیرمجموعه ۳ عضوی که تعداد اعضای این دسته برابر است با:

$$\binom{6}{3} = \frac{20}{2} = 10$$

(۳) سه زیرمجموعه ۲ عضوی که تعداد اعضای این دسته برابر است با:

$$\binom{6}{2} \binom{4}{2} = \frac{15 \times 6}{3!} = 15$$

بنابراین تعداد کل افزاها برابر $15 + 10 + 15 = 40$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

گزینه «۱» -۴۴

(امیرسین ابومصوب)

با توجه به هم‌ارزی $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ و قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (\sim q \Rightarrow p) \\ \equiv (\sim p \vee q) \wedge [(\sim q \vee p) \wedge (q \vee p)] \\ \equiv (\sim p \vee q) \wedge \underbrace{[(\sim q \wedge q) \vee p]}_F \\ \equiv (\sim p \vee q) \wedge p \equiv \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \vee (q \wedge p) \\ \equiv p \wedge q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

گزینه «۴» -۴۵

(مریم مرسلی)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$M = (A \cap B) \cup [B' \cap (A \cap B)'] \\ = (A \cap B) \cup [B' \cap (A' \cup B)'] \\ \text{قانون جذب} \\ = (A \cap B) \cup (B') = \underbrace{(A \cap B) \cup B}_B = B \\ N = [A \cap (A \cup B)] - [A' \cup (A' \cap B)] \\ \text{قانون جذب} \quad \text{قانون جذب} \\ = A - A' = A \cap A = A$$

بنابراین همواره داریم:

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

گزینه «۴» -۴۶

(امیرسین ابومصوب)

می‌دانیم اگر $A \times B = B \times A$ و A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، آن‌گاه $A = B$ است.

باتوجه به این‌که عدد ۱ در مجموعه B وجود دارد، حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

حالت اول: $a=1$ باشد. در این صورت داریم:

$$A=B \Rightarrow \{1, b, c, 2\} = \{3, b-1, 2c, 1\}$$

$$b=3 \Rightarrow \{1, 3, c, 2\} = \{3, 2, 2c, 1\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4 \text{ یا } 5$$

$$n(A \cup B) = n(B) + \underbrace{n(A) - n(A \cap B)}_{n(A-B)}$$

$$\Rightarrow 7 = n(A-B) + 3 + n(A-B)$$

$$\Rightarrow 2n(A-B) = 4 \Rightarrow n(A-B) = 2$$

از طرفی $(A-B) \subseteq A$ ، پس مجموعه A حداقل ۲ عضو و در نتیجه حداقل ۴ زیرمجموعه دارد. چون تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است، پس

مجموعه A حداقل ۳ زیرمجموعه مانند C دارد به طوری که $C \not\subseteq B$.

دقت کنید که این دو عضو مجموعه A قطعاً به مجموعه B تعلق ندارند. (چون اعضای مجموعه $A-B$ هستند.)

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۹- گزینه «۲» (هادی فولادی)

می‌دانیم اگر $A \subseteq B$ باشد، آن‌گاه $B' \subseteq A'$ ، پس داریم:

$$A' \subseteq B' \subseteq C' \Rightarrow (C')' \subseteq (B')' \subseteq (A')'$$

$$\Rightarrow C \subseteq B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} B \cup C = B \\ B \cap C = C \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq A \\ B' \subseteq C' \end{matrix} \right\} \Rightarrow (A \cap B') \subseteq (A \cap C') \Rightarrow (A-B) \subseteq (A-C)$$

پس عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$(A-B) \cap (A-C) = A-B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۵۰- گزینه «۲» (فرید غلامی)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cup B) - (B - A') = \emptyset \Rightarrow (A \cup B) - (B \cap A) = \emptyset$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \subseteq (A \cap B)$$

از طرفی $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$ ، بنابراین داریم:

$$A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B \Rightarrow \begin{cases} A - B = B - A = \emptyset \\ A \cap B = A = B \neq \emptyset \end{cases}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

توجه: به ازای $c=2, 3$ ، دو مجموعه A و B مساوی نیستند.

حالت دوم: $b=1$ باشد. در این صورت داریم:

$$A = B \Rightarrow \{a, 1, c, 2\} = \{a+2, 0, 2c, 1\}$$

$$a=0 \Rightarrow \{0, 1, c, 2\} = \{2, 0, 2c, 1\} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=1 \text{ یا } 2$$

به ازای $c=0$ ، همان حالت $a=0$ به دست می‌آید که تکراری است.

$$\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \text{ حالت سوم: } c=1 \text{ باشد. در این صورت یکی از دو حالت تکراری}$$

$$\text{یا } \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \text{ به دست می‌آید.}$$

بنابراین ۴ مقدار متفاوت برای $a+b+c$ وجود دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

دو حالت متفاوت برای این زیرمجموعه‌ها وجود دارد.

اول: شامل عدد ۸ باشند. در این صورت حاصل ضرب اعضای چنین مجموعه‌هایی قطعاً بر ۸ بخش پذیر است. با توجه به این که سایر اعداد طبیعی یک رقمی می‌توانند در این زیرمجموعه‌ها باشند یا نباشند، تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$2^8 = 256$$

دوم: فاقد عدد ۸ باشند. در این صورت چنین زیرمجموعه‌ای حتماً باید شامل عدد ۴ باشد و از میان دو عدد ۲ و ۶ نیز حداقل یکی را داشته باشد، یعنی برای دو عدد ۲ و ۶، سه حالت متفاوت وجود دارد (یا هر دو در زیرمجموعه هستند، یا فقط ۲ عضو زیرمجموعه است و یا فقط ۶ عضو زیرمجموعه است).

هر کدام از اعداد فرد نیز می‌توانند در زیرمجموعه باشند یا نباشند، پس تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$3 \times 2^5 = 96$$

پس تعداد کل این زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$256 + 96 = 352$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۸- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است، پس داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A-B)}} = 8 \Rightarrow 2^{n(B) - n(A-B)} = 2^3 \Rightarrow n(B) - n(A-B) = 3$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A-B) + 3$$



آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر 360° است، بنابراین:

$$\frac{9}{8}\alpha - 1^\circ + \frac{5}{4}\alpha + 5^\circ + \frac{7}{6}\alpha + 1^\circ + \frac{3}{2}\alpha - 8^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9}{8} + \frac{5}{4} + \frac{7}{6} + \frac{3}{2}\right)\alpha - 3^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{121}{24}\alpha = 363^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

بنابراین زوایا مطابق جدول زیر خواهد بود:

کارشناسی‌ارشد	کارشناسی	کاردانی	دیپلم	مدرک
۱۰۰	۸۵	۹۵	۸۰	زاویه (درجه)

پس تعداد افراد دارای مدرک کارشناسی ارشد بیشتر از سایر گروه‌ها بوده و مد داده‌ها مربوط به این مدرک است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲ و ۸۸)

۵۲- گزینه «۳»

(مریم مرسلی)

ضریب تغییرات داده‌های y_1, y_2, \dots, y_m برابر صفر است، پس انحراف معیار این داده‌ها صفر است و در نتیجه این داده‌ها برابر یکدیگرند. از طرفی دامنه تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر است، پس این داده‌ها نیز همگی برابر یکدیگرند.

فرض کنید تمام x_i ها برابر a و تمام y_i ها برابر b باشند. در این صورت اگر داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، یکی از دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$1) \underbrace{a, a, \dots, a}_n, \underbrace{b, \dots, b}_m$$

$$2) \underbrace{b, b, \dots, b}_m, \underbrace{a, \dots, a}_n$$

چون $m > n$ ، مد داده‌ها در هر دو حالت برابر b است. اگر $m + n$ عددی فرد باشد، آن‌گاه داده وسط برابر میانه است که این داده قطعاً برابر b است. اگر $m + n$ عددی زوج باشد، میانه داده‌ها برابر میانگین دو داده وسط است که چون در این حالت تعداد داده‌های b حداقل ۲ واحد بیشتر از داده‌های a است، پس هر دو داده وسط و در نتیجه میانه برابر b است. بنابراین اختلاف مد و میانه همواره برابر صفر است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۸)

۵۳- گزینه «۳»

(سوگند روشنی)

$$\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{A}{80} \Rightarrow A = 10 \Rightarrow x - 2 = 10 \Rightarrow x = 12$$

$$2a + 15 + 10 + 3a = 80 \Rightarrow 5a = 55 \Rightarrow a = 11$$

$$\alpha = \frac{2a}{80} \times 360^\circ = \frac{22}{80} \times 360^\circ = 99^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۸۲)

۵۴- گزینه «۱»

(غرزاد جوادی)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

می‌دانیم اگر به همه داده‌ها مقدار ثابتی اضافه شود به میانگین هم همان مقدار اضافه می‌شود اما انحراف معیار تغییر نمی‌کند. پس:

$$\sigma_{\text{جدید}} = \sigma_{\text{قدیم}} \quad \bar{x}_{\text{جدید}} = \bar{x} + 28$$

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3/2}{4} = 0.18$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3/2}{\bar{x} + 28} = \frac{3/2}{4 + 28} = \frac{3/2}{32} = 0.1$$

با مقایسه $CV_{\text{قدیم}}$ و $CV_{\text{جدید}}$ معلوم می‌شود که ضریب تغییراتداده‌های جدید $\frac{1}{8}$ ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

۵۵- گزینه «۲»

(مهرزاد ملونری)

اگر فرض کنیم میانگین داده‌ها \bar{x} باشد، در این صورت عددی که بیشترین انحراف از \bar{x} را دارد، همان عددی است که با حذف آن، میانگین داده‌ها بیشترین تغییرات را دارد. این عدد یا \min داده‌ها یا \max داده‌هاست. با توجه به این که ۲۷ بزرگترین داده است، طبق فرض نتیجه می‌گیریم که ۱۵ کوچک‌ترین داده خواهد بود. از آن‌جا که $\frac{15+27}{2} = 21$ ، پس باید میانگین داده‌ها از ۲۱ بیشتر باشد تا با حذف عدد ۱۵، بیشترین تغییرات حاصل شود، یعنی:

$$\frac{15 + 20 + 23 + 27 + a}{5} > 21 \Rightarrow 85 + a > 105 \Rightarrow a > 20$$

از طرفی $a < 27$ و همچنین داده‌ها متمایز است، پس مقادیر صحیح قابل قبول برای a عبارتند از:

(پنج مقدار) ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۶

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶ و ۸۹ تا ۹۱)

۵۶- گزینه «۴»

(سوگند روشنی)

می‌دانیم اگر داده‌ها تشکیل دنباله حسابی بدهند:

$$\bar{x} = \frac{\text{داده آخر} + \text{داده اول}}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \cdot d^2$$

$$\sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} \cdot d^2$$

دقت کنید که میانگین ۳ داده ۱۰، ۱۳ و ۱۳، برابر ۱۲ است و با حذف این داده‌ها، میانگین کل داده‌ها تغییری نمی‌کند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶ و ۹۳ تا ۹۶)

۵۹- گزینه «۲» (مهرزاد ملونزی)

ابتدا میانگین محیط مربع‌ها را برابر ۲۶ واحد قرار می‌دهیم:

$$\frac{4 \times 3 + 4a + 4(a+2) + 4 \times 10}{4} = 26$$

$$\Rightarrow 3 + (2a+2) + 10 = 26 \Rightarrow a = \frac{11}{2}$$

میانگین مساحت‌ها برابر است با:

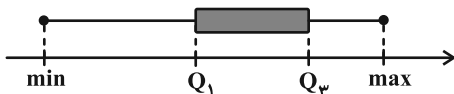
$$\frac{3^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2} + 2\right)^2 + 10^2}{4} = \frac{9 + \frac{121}{4} + \frac{225}{4} + 100}{4} = \frac{782}{16}$$

با توجه به $\frac{800}{16} = 50$ نتیجه می‌گیریم که میانگین مساحت مربع‌ها از ۵۰

واحد مربع، به اندازه $\frac{9}{16} = \frac{18}{8}$ ، کمتر است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۶۰- گزینه «۳» (فرزاد یواری)



می‌دانیم منظور از دامنه میان چارکی همان اختلاف Q_3 از Q_1 است (یعنی طول جعبه مستطیلی) که آن را با IQR نشان می‌دهند.

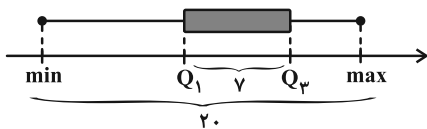
$$IQR = Q_3 - Q_1 = 7$$

همچنین می‌دانیم دامنه تغییرات داده‌ها، اختلاف max از min می‌باشد.

$$R = max - min = 20$$

یعنی:

پس شکل زیر را خواهیم داشت:



بنابراین مجموع طول دنباله‌های چپ و راست برابر است با: $20 - 7 = 13$

اگر طول دنباله سمت راست را x در نظر بگیریم، طول دنباله چپ، $3x$

می‌شود. پس:

$$3x + x = 13 \Rightarrow 4x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{4} = 3.25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

$$4, 7, 10, \dots, 121 \Rightarrow n = \frac{121-4}{3} + 1 = 40$$

$$\sigma^2 = \frac{40^2 - 1}{12} \times 9 = 1199 / 25$$

$$\bar{x} = \frac{4+121}{2} = 62.5$$

$$\Rightarrow 1199 / 25 - 62.5 = 1136 / 25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶ و ۹۳ تا ۹۵)

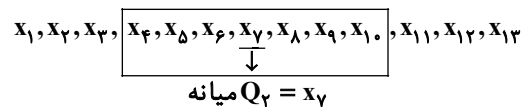
۵۷- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

در ۱۳ داده آماری، میانه، داده هفتم بوده و چارک‌های اول و سوم به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$Q_1 = \frac{x_3 + x_4}{2}$$

$$Q_3 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}$$

در نتیجه نمودار جعبه‌ای به صورت زیر رسم می‌شود:



$$\bar{x} = \frac{3 \times \frac{y}{2} + 7 \times 5 + 3 \times x'}{13}$$

$$\Rightarrow 13\bar{x} = 42 + 3x' \xrightarrow{\bar{x}' = 2\bar{x}} 13\bar{x} = 42 + 6\bar{x}$$

$$\Rightarrow 7\bar{x} = 42 \Rightarrow \bar{x} = 6$$

$$6 \times 13 = 78 \text{ مجموع کل داده‌ها}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

۵۸- گزینه «۱» (سوکندر روشنی)

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20} \Rightarrow (\sqrt{2})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 160$$

$$\sum_{i=1}^{17} (x_i - \bar{x})^2$$

$$= 160 - [(13-12)^2 + (13-12)^2 + (10-12)^2] = 154$$

$$\Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{154}{17} = 9.06$$

فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۳»

(امیرمسین برادران)

نیروی که از طرف شخص به جعبه وارد می‌شود، به سمت غرب است و نیرویی که از طرف زمین به جعبه وارد می‌شود به سمت پایین است. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون واکنش این دو نیرو از طرف جعبه به شخص در جهت شرق و از طرف جعبه به زمین به سمت بالا است.

(فیزیک ۳- صفحه ۳۴)

۶۲- گزینه «۲»

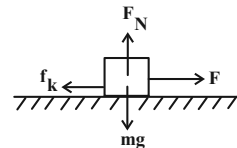
(مهدی کیوانلو)

در ابتدا با توجه به نیروی اصطکاک ایستایی، بررسی می‌کنیم که آیا جعبه شروع به حرکت می‌کند یا خیر.

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg, \mu_s = 0.5} f_{s, \max} = 100 \text{ N}$$

$$m = 20 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به این که فرد با نیروی 140 N جعبه را می‌کشد و حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی 100 N است، پس جسم شروع به حرکت می‌کند (از اینجا به بعد نیروی اصطکاک جنبشی داریم)



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg, \mu_k = 0.4} f_k = (0.4)(20)(10) = 80 \text{ N}$$

$$m = 20 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{\text{net}_x} = F - f_k = ma \xrightarrow{F=140 \text{ N}, f_k=80 \text{ N}} 140 - 80 = 20 \text{ a}$$

$$\Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۶۳- گزینه «۲»

(پژمان بردبار)

گزاره‌های الف، ب و پ درست و گزاره‌های ت و ث نادرست‌اند. بررسی گزاره‌ها:

الف) با توجه به قانون دوم نیوتون بزرگ نیروی خالص وارد بر متحرک با بزرگی شتاب حرکت متناسب است. بنابراین با افزایش بزرگی نیروی خالص، بزرگی شتاب جسم افزایش می‌یابد و بالعکس. (درست)

ب) با توجه به رابطه $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ، در حرکت با شتاب ثابت، بردار تغییرات سرعت با بردار شتاب هم‌جهت است. از طرفی چون طبق قانون دوم نیوتون $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$ ، بنابراین بردار نیروی خالص با بردار شتاب و بنابراین با بردار تغییرات سرعت هم‌جهت است. (درست).

پ) اگر اثر نیروهای وارد بر متحرک متوازن شوند، برابری نیروهای وارد بر آن برابر صفر می‌شود و مطابق قانون اول نیوتون حرکت جسم با سرعت ثابت است. (درست).

ت) اگر بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک کاهش یابد، بزرگی شتاب آن نیز کاهش می‌یابد در صورتی که حرکت متحرک تند شونده باشد و با کاهش بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک جهت آن تغییر نکند، در این صورت تندی متحرک افزایش می‌یابد. (نادرست)

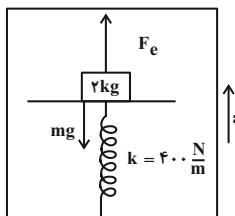
ث) این گزاره زمانی صحیح است که بردار نیروی خالص و بردار سرعت هم‌جهت باشند. در این صورت حرکت تند شونده است و با کس شدن جهت نیروی خالص نوع حرکت کند شونده می‌شود. اما اگر در ابتدا بردار نیروی خالص و بردار سرعت خلاف جهت باشند، در این صورت با عکس شدن جهت نیروی خالص، نوع حرکت تند شونده شده و تندی متحرک افزایش می‌یابد. (نادرست)

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۶۴- گزینه «۱»

(محمدرضا سورشی)

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. چون حرکت جسم شتاب‌دار است، از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:



$$F_{\text{Net}} = ma \rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\xrightarrow{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, m=2 \text{ kg}} F_e - 20 = 2 \times 2 \rightarrow F_e = 24 \text{ N}$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_e = kx$$

$$\xrightarrow{F_e=24 \text{ N}, k=400 \frac{\text{N}}{\text{m}}} 24 = 400 \times \Delta x$$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{100} \text{ m} = 6 \text{ cm}$$



چون نخ بدون جرم است بنابراین نیروی کشش نخ در سراسر طول آن یکسان است. از طرفی نیروی وارد بر نخ همواره در جهتی است که نخ در حال کشش باشد.

عکس‌العمل نیروی وارد بر نخ از طرف سقف، نیرویی است که نخ به سقف به طرف پایین وارد می‌کند. $\vec{F}_1 = (-2N)\vec{j}$

عکس‌العمل نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود، نیرویی است که از طرف جسم به فنر به سمت پایین وارد می‌شود. $\vec{F}_2 = (-18N)\vec{j}$
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(معمربوار سوربی)

۶۷- گزینه «۳»

با توجه به این که جهت شتاب گفته نشده بنابراین هر دو حالت (رو به بالا یا رو به پایین) را در نظر می‌گیریم.
بررسی موارد:

الف) نادرست؛ زیرا عدد ترازو ممکن است $160N$ یا بیشتر یا $160N$ کمتر از وزن شخص باشد.

$$F_N = m(g \pm a) \Rightarrow F_N = mg \pm ma \\ \Rightarrow F_N - mg = \pm ma = \pm 8 \cdot (2) = \pm 160N$$

ب) درست؛ با توجه به مقدار شتاب، در هر ثانیه مقدار تندی $2 \frac{m}{s}$ کم یا زیاد می‌شود (تغییر می‌کند).

پ) نادرست؛ زیرا اگر جهت شتاب رو به بالا باشد، کابل آسانسور مقدار بیشتری از وزن اتاقک آسانسور و اجسام داخل آن را تحمل می‌کند.

ت) درست؛ اگر جهت شتاب رو به بالا باشد، نیروی $24N$ را نشان می‌دهد و اگر جهت شتاب رو به پایین باشد، نیروی $16N$ را نشان می‌دهد. پس در هر صورت، $4N$ با وزن جسم ($mg = 20N$) تفاوت دارد.

$$\vec{a} \Rightarrow F_{\text{نیروسنج}} = m(g+a) \xrightarrow{m=2kg} \\ a=2\frac{m}{s^2}, g=1\frac{m}{s^2}$$

$$F_{\text{نیروسنج}} = 2 \times (10 + 2) = 24N$$

$$\vec{a} \Rightarrow F_{\text{نیروسنج}} = m(g-a) \xrightarrow{m=2kg} \\ a=2\frac{m}{s^2}, g=1\frac{m}{s^2}$$

$$F_{\text{نیروسنج}} = 2 \times (10 - 2) = 16N$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

(معمربوار سوربی)

۶۸- گزینه «۴»

نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت جسم است.

با توجه به جهت حرکت گوی‌ها داریم:

(چون گوی‌ها مشابه و تندی یکسان دارند، بزرگی نیروی F_D برای هر دو یکسان است.)

پس طول فنر $6cm$ کاهش می‌یابد:

$$L_2 - L_1 = -6 \xrightarrow{L_1=30cm} L_2 = 30 - 6$$

$$L_2 = 24cm$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(پژمان بردبار)

۶۵- گزینه «۲»

با توجه به این که گفته شده جسم در حالت تعادل است، داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 \quad (1)$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 = ma \xrightarrow{\vec{F}'_1 = -\frac{1}{3}\vec{F}_1} \\ \vec{F}'_2 = -\frac{1}{3}\vec{F}_2}$$

$$\vec{F}'_{\text{net}} = -\frac{1}{3}\vec{F}_1 - \frac{1}{3}\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = ma$$

$$-\frac{1}{3}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + \vec{F}_3 = ma \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{3}(-\vec{F}_3) + \vec{F}_3 = ma$$

$$\frac{1}{3}\vec{F}_3 + \vec{F}_3 = ma \Rightarrow \frac{4\vec{F}_3}{3} = ma \xrightarrow{F_3=12N}$$

$$F'_{\text{net}} = \frac{4}{3} \times 12 = 16N$$

$$F'_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m=2kg, F'_{\text{net}}=16N} 16 = 2 \times a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

سرعت جسم پس از 5 ثانیه برابر است با:

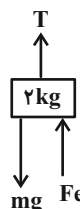
$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=8\frac{m}{s^2}, t=5s, v_0=0} v = 8 \times 5 = 40 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

(آرش یوسفی)

۶۶- گزینه «۲»

چون فنر فشرده شده است، نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود به سمت بالا است. با مشخص کردن جهت نیروهای وارد بر جسم، نیروی کشش نخ را به دست می‌آوریم.



$$T + F_e = mg \xrightarrow{F_e = k|\Delta\ell|} T + k\Delta\ell = mg$$

$$\xrightarrow{k=30 \cdot \frac{N}{m}, |\Delta\ell|=40-24=16cm=0.16m} T = 20 - 18 = 2N \\ g=10 \frac{N}{kg}, m=2kg$$



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_T = f_{s,max} + mg$$

$$\frac{g=10 \frac{N}{kg}}{F_T=25N, m=1/5kg} \rightarrow 25 = f_{s,max} + (1/5)(10)$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = 10N$$

در حالت دوم که نیروی F_T حذف می‌شود، چون $mg > f_{s,max}$ است، جسم با شتاب ثابت به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. در این حالت اصطکاک از نوع جنبشی است ($f_k < f_{s,max}$). بنابراین نیروی سطح وارد بر جسم کاهش می‌یابد، زیرا:

$$R_1 = \sqrt{f_{s,max}^2 + F_1^2}$$

$$R_T = \sqrt{f_k^2 + F_1^2}$$

$$\frac{f_{s,max} > f_k}{\mu_s > \mu_k} \rightarrow R_1 > R_T$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۷۱- گزینه «۳» (شیرازری)

چون جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است، مطابق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. با نوشتن برآیند نیروهای وارد بر جسم در دو راستای X و Y داریم:

در اینجا طبق قانون سوم نیوتون اندازه نیروی \vec{F} با اندازه نیروی کشسانی \vec{F}_e برابر است.

$$F_{net,y} = 0 \rightarrow F_N = mg \frac{m=5kg}{g=10 \frac{N}{kg}} \rightarrow F_N = 50N$$

$$F_{net,x} = 0 \rightarrow F_e - f_k = 0 \rightarrow F_e = f_k$$

$$kx = \mu_k F_N \rightarrow k = \frac{\mu_k F_N}{x} = \frac{\mu_k = 0.2, F_N = 50N}{x=5cm} \rightarrow k = \frac{0.2 \times 50}{5} = 2 \frac{N}{cm}$$

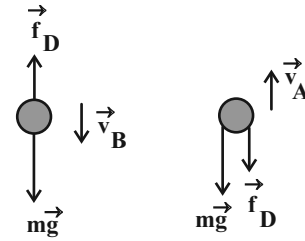
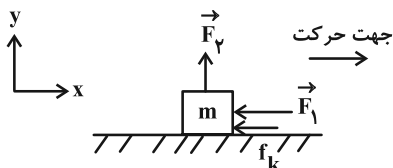
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۷۲- گزینه «۲» (امیرشیرازری)

چون جسم با تندی ثابت روی خط راست در حال حرکت است، برآیند نیروهای وارد بر آن برابر صفر می‌باشد.

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_1 = \mu_k F_N \frac{F_N = F_T + mg}{F_T = F_T, mg = W} \rightarrow F_1 = \mu_k (F_1 + W)$$

$$F_1 = 0.4(F_1 + W) \Rightarrow F_1 = \frac{0.4}{0.6} W = \frac{2}{3} W$$



$$F_{net} = ma \rightarrow \frac{m_A = m_B}{F_{netA}} \rightarrow \frac{F_{netB}}{a_A} = \frac{2}{2}$$

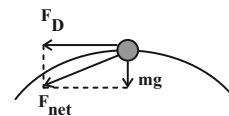
$$\Rightarrow \frac{mg - f_D}{mg + f_D} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3mg - 2f_D = 2mg + 2f_D$$

$$\Rightarrow mg = 4f_D \Rightarrow f_D = \frac{1}{4} mg$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۶۹- گزینه «۴» (آرش یوسفی)

در نقطه اوج به گلوله دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. برآیند این نیروها F_{net} است. چون در نقطه اوج، جهت سرعت جسم، افقی است، جهت نیروی مقاومت هوا نیز، افقی است.



$$F_{net} = ma = 2 \times 13 = 26N$$

$$mg = 2 \times 10 = 20N$$

$$F_{net} = \sqrt{(F_D)^2 + (mg)^2}$$

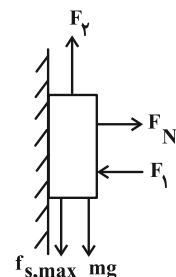
$$F_{net}^2 = F_D^2 + mg^2 \xrightarrow{F_{net}=26N} m=2kg, g=10 \frac{N}{kg}}$$

$$F_D = \sqrt{26^2 - 20^2} = \sqrt{276} = 2\sqrt{69}N$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۰- گزینه «۴» (مجتبی نگوئیان)

چون جسم در آستانه حرکت به سمت بالا است، بنابراین نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بیشینه و به سمت پایین است. در این حالت برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است.





$$F_{net1} = ma \Rightarrow -mg - f_D = ma_1$$

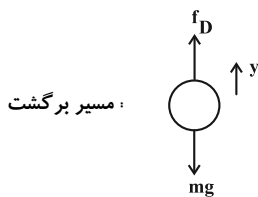
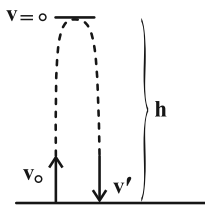
$$\frac{m=0.2\text{kg}}{g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}, a_1=-15\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow -(0.2)(10) - f_D = (0.2)(-15)$$

$$\Rightarrow f_D = 1(\text{N})$$

با استفاده از معادله سرعت- جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت و در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1\Delta y_1 \xrightarrow{v_0=0, v_1=3\frac{\text{m}}{\text{s}}, a_1=-15\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta y_1=h}$$

$$0 - 3^2 = 2(-15)h \Rightarrow h = 3\text{m}$$



$$F_{net2} = ma_2 \Rightarrow f_D - mg = ma_2$$

$$\frac{f_D=1\text{N}, m=0.2\text{kg}}{g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow 1 - (0.2)(10) = 0.2a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

و در نهایت با استفاده از معادله سرعت- جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت و در راستای قائم داریم:

$$v'^2 - v^2 = 2a_2\Delta y_2 \xrightarrow{v_0=0, a_2=-5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta y_2=-h=-3\text{m}} v'^2 = 2(-5)(-3) = 30$$

$$\Rightarrow |v'| = 10\sqrt{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۸ و ۳۰ تا ۳۷)

۷۵- گزینه «ا» (کامران ابراهیمی)

در بازه زمانی (۰,۴) ثانیه، نیروی عمودی سطح ($F_N = 720\text{N}$) از وزن شخص ($mg = 600\text{N}$) بیشتر است پس آسانسور در این بازه زمانی تند شونده روبه بالا در حرکت است و داریم:

$$F_{N1} - mg = ma_1 \rightarrow 720 - 600 = 60a_1 \rightarrow a_1 = 2\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

وقتی جهت نیروهای F_1 و F_2 عوض شود، حرکت جسم شتاب‌دار می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون در این حالت داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -F_1 - f'_k = ma \xrightarrow{F_k = \mu_k F'_N, F'_N = W - F_2} -F_1 - \mu_k(W - F_2) = ma$$

$$\frac{F_2 = F_1 = \frac{2}{3}W}{\mu_k = 0.4} \rightarrow -\frac{2W}{3} - 0.4(W - \frac{2}{3}W) = ma$$

$$W\left(-\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right) = ma \Rightarrow mg\left(\frac{-10 - 6 + 4}{15}\right) = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{-12}{15}g = \frac{-4}{5}g \xrightarrow{g=10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} a = -8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در ابتدا جسم به سمت راست در حال حرکت است. بنابراین با نوشتن معادله سرعت- زمان داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a = -8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}} v = -8t + 20 \xrightarrow{t=2\text{s}} v = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

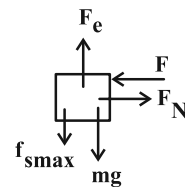
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

۷۳- گزینه «۴» (محمدریوار سورچی)

ابتدا نیروی کشسانی فنر را بدست می‌آوریم:

$$F_e = kx \Rightarrow F_e = 2 \times 10^3 \times (0.36 - 0.32) = 2 \times 10^3 \times 0.04 = 80\text{N}$$

برای اینکه با حداقل نیروی F ، وزنه در حال تعادل باشد، باید در آستانه لغزش به سمت بالا قرار بگیرد، لذا می‌توان نوشت:



$$F_{net_y} = 0 \rightarrow F_e = mg + f_{s,max} \xrightarrow{F_e=80\text{N}, m=6\text{kg}, g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$80 = (6 \times 10) + f_{s,max} \Rightarrow f_{s,max} = 20\text{N} \quad (1)$$

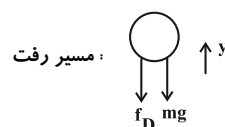
$$F_{net_x} = 0 \rightarrow F = F_N \quad (2)$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = 0.8} 20 = 0.8 \times F_N \rightarrow F_N = 25\text{N} \xrightarrow{(2)} F = 25\text{N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۴۴)

۷۴- گزینه «ا» (مجتبی نگوئیان)

با توجه به نمودار شتاب- زمان و با فرض جهت مثبت حرکت به سمت بالا داریم:





اگر جهت رو به پایین را جهت مثبت محور y در نظر بگیریم، داریم:

$$\Delta y = v \Delta t \xrightarrow{v = \frac{\Delta m}{\Delta t = 6s}} \Delta y = \Delta(6) = 30 \text{ m}$$

در لحظه $t = 6s$ ، با افزایش 10 نیوتونی نیروی F ، اندازه نیروی اصطکاک افزایش می‌یابد. پس:

$$F'_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F' = F'_N = 60 \text{ N}$$

$$f'_k = \mu_k F'_N \xrightarrow{\mu_k = 0/4, F'_N = 60 \text{ N}} f'_k = (0/4)(60) = 24 \text{ N}$$

$$F_{\text{nety}} = ma \Rightarrow mg - f'_k = ma \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, f'_k = 24 \text{ N}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$20 - 24 = 2a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با استفاده از معادله سرعت-جابجایی در حرکت با شتاب ثابت، جابجایی جسم تا لحظه توقف را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y' \xrightarrow{v = 0, v_0 = \frac{\Delta m}{\Delta t} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} 0 - 25 = 2(-2)\Delta y'$$

$$\Rightarrow \Delta y' = 6/25 \text{ m}$$

پس کل مسافت طی شده متحرک از لحظه شروع حرکت تا توقف برابر است با:

$$L = \Delta y + \Delta y' = 30 + 6/25 = 36/25 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

۷۷- گزینه «ا»

(امیرمسین برادران)

در لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا با وزن چترباز برابر می‌شود، چترباز با

$$f_D = \Delta v^2_{\text{حدی}} = W \quad \text{تندی حدی ادامه می‌دهد.}$$

در لحظه‌ای که تندی چترباز ۳ برابر تندی حدی آن است، نیروی مقاومت هوا

را بر حسب وزن چترباز به دست می‌آوریم:

$$f_D = \Delta v^2 \Rightarrow \frac{f_D}{f'_D} = \left(\frac{v}{v'}\right)^2 \xrightarrow{v = v_{\text{حدی}}, f_D = W, v' = 3v_{\text{حدی}}}$$

$$\frac{W}{f'_D} = \left(\frac{v_{\text{حدی}}}{3v_{\text{حدی}}}\right)^2 \Rightarrow f'_D = 9W$$

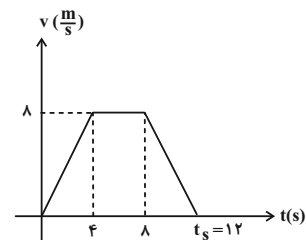
در بازه زمانی $(4, 8)$ ثانیه $F_N = mg$ بوده و آسانسور با سرعت ثابت v بالا می‌رود:

$$v = v_0 + a_1 t \xrightarrow{a_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, t = 4 \text{ s}, v_0 = 0} v = 0 + (2)(4) \rightarrow v = 8 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

از لحظه $t = 8s$ به بعد، $F_{N_p} < mg$ بوده و حرکت آسانسور کند شونده روبه بالا است تا متوقف شود و داریم:

$$F_{N_p} - mg = ma_p \rightarrow 480 - 600 = 60a_p \rightarrow a_p = -2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

با اطلاعات فوق نمودار سرعت-زمان حرکت آسانسور را رسم می‌کنیم. داریم:



با توجه به اینکه از $t = 8s$ به بعد شیب نمودار -2 می‌باشد، پس $t_s = 12s$ خواهد بود یعنی آسانسور $12s$ پس از شروع حرکت متوقف می‌شود مسافت طی شده توسط آسانسور در این مدت نیز برابر سطح زیر نمودار سرعت-زمان است:

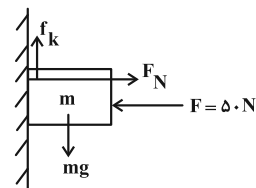
$$L = S_{V-t \text{ نمودار}} = \frac{(4+12) \times 8}{2} = \boxed{L = 64 \text{ (m)}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۷۶- گزینه «ا»

(مجتبی نگوئیان)

در بازه زمانی صفر تا $6s$ ، حرکت جسم با سرعت ثابت به طرف پایین است. بنابراین مطابق با قانون اول نیوتون، برانند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$F_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F = F_N = 50 \text{ N}$$

$$F_{\text{nety}} = 0 \Rightarrow mg = f_k = \mu_k F_N$$

$$\xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, F_N = 50 \text{ N}} 20 = \mu_k (50) \Rightarrow \mu_k = 0/4$$



$$\left. \begin{aligned} F'_N &= f_s \\ \tan\theta &= \frac{F'_N}{f_s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan\theta = \frac{F'_N}{F'_N} = \frac{F_N - mg}{F'_N} = \frac{F_N - mg}{m=18\text{kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$\tan\theta = \frac{18^\circ}{F'_N} \Rightarrow F'_N = \frac{18^\circ}{\tan\theta}$$

برای معادله $\tan\theta$ داریم:

$$11^2 = 9^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{9}{x} = \frac{9}{2\sqrt{10}}$$

$$F'_N = \frac{18^\circ}{\tan\theta} = \frac{18^\circ \times 2\sqrt{10}}{9} = 40\sqrt{10} \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

۸۰. گزینه «۴» (کنکور شارح ریاضی - ۱۱۴۰۲)

حرکت جسم شامل دو مرحله است. در مرحله اول، حرکت تندشونده است و دو نیروی F و f_k در راستای حرکت به جسم وارد می‌شوند. در مرحله دوم حرکت کندشونده است و تنها نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود. با توجه به اینکه جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده است با نوشتن رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، نسبت اندازه شتاب دو مرحله را به دست می‌آوریم:

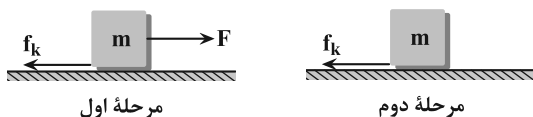
$$v^2 - v_0^2 = 2a_1\Delta x_1 \quad (*)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a_2\Delta x_2 \quad \Delta x_2 = 4\Delta x_1 \rightarrow$$

$$-v^2 = 8a_2\Delta x_1 \quad (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow \frac{|a_2|}{|a_1|} = \frac{1}{4} \quad (I)$$

اکنون با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در دو مرحله داریم:



$$\begin{cases} F - f_k = m|a_1| \\ f_k = m|a_2| \end{cases} \xrightarrow{(I)} \frac{F - f_k}{f_k} = 4 \Rightarrow F = 5f_k$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

با نوشتن قانون دوم نیوتون برای چترباز در این لحظه داریم: (با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت پایین)

$$F_{net,y} = W - f'_D = ma \xrightarrow{f'_D = 9W} ma = W - 9W = -8W$$

$$\Rightarrow a = \frac{-8W}{m} \xrightarrow{W=mg} a = -\frac{8mg}{m} = -8g = -8 \cdot \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

۷۸. گزینه «۲» (امیرمسین برادران)

فتر نسبت به طول عادی آن فشرده شده است بنابراین نیرویی که فتر به شخص وارد می‌کند به سمت پایین است با توجه به جهت شتاب و نوشتن قانون دوم نیوتون برای شخص داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow$$

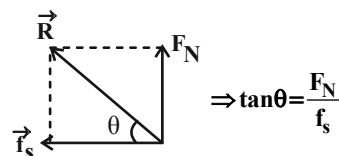
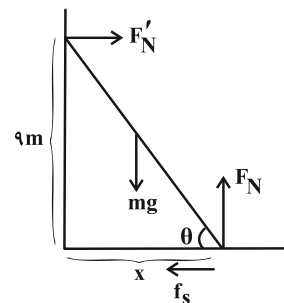
$$mg + F_c - F'_N = ma \xrightarrow{\begin{aligned} |x| &= 45 - 20 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, k = 600 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ g &= 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, m = 70 \text{ kg}, F_c = k|x|, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}}$$

$$700 + 600 \times \frac{25}{100} - F'_N = 70 \times 2 \Rightarrow F'_N = 850 - 140 = 710 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۷۹. گزینه «۳» (امیرمسین برادران)

نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. نیروی سطح افقی وارد بر نردبان برابند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.



چون نردبان در حال تعادل است برابند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم و افقی برابر صفر است.

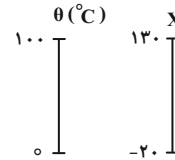


فیزیک ۱

گزینه «۲» - ۸۱

(عطاله شادآباد)

رابطه مقیاس دمایی X را بر حسب سلسیوس به دست می آوریم:



$$\frac{\theta_p - \theta_1}{\theta_1 - \theta_0} = \frac{X_p - X_1}{X_1 - X_0} \quad \theta_1 = 0^\circ\text{C}, \theta_p = 100^\circ\text{C}$$

$$X_1 = -20, X_p = 130$$

$$\frac{100 - 0}{0 - \theta_0} = \frac{130 - (-20)}{-20 - X} \Rightarrow -1/\theta_0 = -20 - X \Rightarrow X = 1/\theta_0 - 20$$

$$\Delta X = 1/\Delta\theta \quad \Delta X = 30 \rightarrow 30 = 1/\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 20^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 20^\circ\text{C} \rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \times 20 = 36^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۴ و ۸۵)

گزینه «۴» - ۸۲

(غلامرضا ممینی)

در ابتدا رابطه تعیین طول ثانویه برای هر یک را می نویسیم، سپس اختلاف آن‌ها را معادل $2/5 \text{ mm}$ قرار می دهیم:

$$\left\{ \begin{aligned} L_{\text{مس}} &= L_0 (1 + \alpha_{\text{مس}} \Delta\theta) \xrightarrow{L_0 = 1\text{m}} \alpha_{\text{مس}} = 1/7 \times 10^{-5} \text{C}^{-1} \\ L_{\text{مس}} &= 1(1 + 1/7 \times 10^{-5} \Delta\theta) \\ L_{\text{آهن}} &= L_0 (1 + \alpha_{\text{آهن}} \Delta\theta) \xrightarrow{L_0 = 1\text{m}} \alpha_{\text{آهن}} = 1/21 \times 10^{-5} \text{C}^{-1} \\ L_{\text{آهن}} &= 1(1 + 1/21 \times 10^{-5} \Delta\theta) \end{aligned} \right.$$

$$\Delta L = L_{\text{مس}} - L_{\text{آهن}} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ m} = 0/5 \times 10^{-5} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 500^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۷ تا ۸۹)

گزینه «۳» - ۸۳

(مصطفی واقتی)

ابتدا ضریب انبساط طولی را به دست می آوریم:

$$\Delta A = A_1 (\gamma\alpha) \Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = (\gamma\alpha) \Delta\theta \times 100 = 0/2$$

$$\Delta\theta = 70 - 10 = 60^\circ\text{C} \rightarrow 2\alpha(60) = 2 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{60} \times 10^{-3} \text{C}^{-1}$$

$$\text{درصد تغییر حجم} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = (\gamma\alpha) \Delta\theta \times 100 = 0/3$$

$$\alpha \Delta\theta = 10^{-3} \xrightarrow{\alpha = \frac{1}{60} \times 10^{-3} \text{C}^{-1}} \rightarrow$$

$$\frac{1}{60} \times 10^{-3} \Delta\theta = 10^{-3} \Rightarrow \Delta\theta = 60^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \xrightarrow{\Delta\theta = 60^\circ\text{C}, \theta_1 = 10^\circ\text{C}} 60 = \theta_p - 10 \Rightarrow \theta_p = 70^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

گزینه «۲» - ۸۴

(کامران ابراهیمی)

شرط آن که با افزایش دمای مجموعه و انبساط ظرف و مایع، مایع از ظرف بیرون نریزد آن است که مایع $v_2 \geq v_1$ باشد پس می توان نوشت:

$$v_1 \text{ مایع } (1 + \beta \Delta\theta) \geq v_1 \text{ ظرف } (1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$\xrightarrow{v_1 \text{ ظرف} = 100 \text{ cm}^3, \beta \text{ مایع} = 0/01 \text{ K}^{-1}} \\ v_1 \text{ مایع} = 80 \text{ cm}^3, \Delta\theta = 50 \text{ K}$$

$$100(1 + 150\alpha \text{ ظرف}) \geq 80(1 + 0/01 \times 50)$$

$$\Rightarrow 1 + 150\alpha \text{ ظرف} \geq 1/2 \Rightarrow \alpha \text{ ظرف} \geq \frac{0/2}{150}$$

$$\Rightarrow \alpha \text{ ظرف min} = \frac{1}{750} \text{ K}^{-1}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

گزینه «۴» - ۸۵

(پدرام قلعه شافانی)

ابتدا تغییرات دما را بر حسب سلسیوس به دست می آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta = \frac{9}{5}\Delta T \xrightarrow{\Delta F = 36^\circ} \Delta\theta_1 = 20^\circ\text{C}, \Delta\theta_p = \Delta T_p = 12^\circ\text{C}$$

$$Q = m_1 c_1 \Delta\theta_1 = m_p c_p \Delta\theta_p$$

$$\xrightarrow{m_1 = 2 \text{ kg}, \Delta\theta_1 = 20^\circ\text{C}} (2)(20)c_1 = (2)(12)c_p \Rightarrow c_p = \frac{5}{3} c_1$$

$$m_p = 2 \text{ kg}, \Delta\theta_p = 12^\circ\text{C}$$

$$2Q = m_1 c_1 \Delta\theta + m_p c_p \Delta\theta \xrightarrow{m_1 = 2 \text{ kg}, m_p = 2 \text{ kg}} \\ Q = (m_1 c_1)(20), c_p = \frac{5}{3} c_1$$

$$(2)(2)(20)c_1 = 2c_1 \Delta\theta + 2 \times \frac{5}{3} c_1 \Delta\theta \Rightarrow 120 = (3 + 5)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 15^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta\theta = \theta_p - \theta_1 \xrightarrow{\theta_1 = 10^\circ\text{C}, \Delta\theta = 15^\circ\text{C}} \theta_p = 25^\circ\text{C}$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = 25^\circ\text{C}} F = \left(\frac{9}{5}\right)25 + 32 = 77^\circ\text{F}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۹۹)

گزینه «۱» - ۸۶

(مجتبی نگوئیان)

بر اساس قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله شده در حالت تعادل گرمایی، برابر صفر است، پس:

$$Q_{30^\circ\text{C آب}} + Q_{50^\circ\text{C آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{30^\circ\text{C آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta + m_{50^\circ\text{C آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta' + C_{\text{گرماسنج}} \Delta\theta = 0$$

$$\xrightarrow{m_{30^\circ\text{C آب}} = 500 - m, m_{50^\circ\text{C آب}} = 2m} \\ c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}, c_{\text{گرماسنج}} = 252 \frac{\text{J}}{\text{K}}, \Delta\theta = 5^\circ\text{C}, \Delta\theta' = -15^\circ\text{C}}$$

$$(500 - m)(4/2)(5) + 2m(4/2)(-15) + 252(5) = 0$$

$$\Rightarrow 500 - m - 6m + 60 = 0 \Rightarrow 560 - 7m = 0 \Rightarrow m = 80 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۱۰۳)



$$\Delta T = 492 - 304 = 188K \Rightarrow \Delta \theta = 188^\circ C$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۸۹- گزینه «۱» (ذاتیال راستی)

طبق معادله حالت برای گازهای آرمانی داریم:

$$PV = nRT \quad \text{با توجه به ثابت بودن } nR \text{ داریم:} \quad (1) \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

فشار آب در عمق $3.05m$ برابر است با:

$$P_1 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_1 \quad \frac{h_1 = 3.05m, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}}{g = 10 \frac{N}{kg}, P_0 = 1.0^5 Pa}$$

$$P_1 = 1.0^5 + 10^3 \times 10 \times 3.05 = 315 \times 10^4 Pa \quad \text{و در عمق } h_2 = h_1 - 215 = 90m$$

$$P_2 = P_0 + \rho_{\text{آب}} g h_2 \quad \frac{h_2 = 90m, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}}{g = 10 \frac{N}{kg}, P_0 = 1.0^5 Pa}$$

$$P_2 = 1.0^5 + 10^3 \times 10 \times 90 = 100 \times 10^4 Pa \quad \text{با توجه به نسبت مساحت سطح‌ها، نسبت حجم‌ها را به دست می‌آوریم:}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad S = 4\pi R^2 \quad \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{S_2}{S_1}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1cm^2}{\lambda cm^2}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{\lambda}$$

در نهایت با توجه به معادله (۱) داریم:

$$V_2 = \frac{27}{\lambda} V_1, P_2 = 315 \times 10^4 Pa \quad (1) \quad \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{315 \times 10^4 \times \frac{27}{\lambda} V_1}{T_2} = \frac{100 \times 10^4 \times V_1}{T_1 \times \lambda} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{15}{14}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۹۰- گزینه «۲» (امیرمسین برادران)

در شکل چون جسم غوطه‌ور است بنابراین چگالی جسم، برابر با چگالی آب در دمای $2^\circ C$ است. $\rho_{\text{جسم}} = \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$ با افزایش دمای آب از $2^\circ C$ تا $4^\circ C$ چگالی آب افزایش می‌یابد. بنابراین با توجه به ثابت بودن چگالی جسم داریم:

$$\rho_{\text{آب}} = \rho_{\text{جسم}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3} < \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \text{جسم در آب شناور می‌شود.}$$

با کاهش دمای آب از $2^\circ C$ تا $0^\circ C$ چگالی آن کاهش می‌یابد.

$$\rho_{\text{آب}} = \rho_{\text{جسم}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3} > \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow \text{جسم در آب ته‌نشین می‌شود.}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۹۵)

۸۷- گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)

گرمایی که از کتری برقی به آب می‌رسد، صرف به جوش آوردن و تبخیر آب درون کتری می‌شود. بنابراین داریم:

$$\text{آب } 100^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 50^\circ C \quad \text{آب } 370g \text{ بخار آب } 100^\circ C \xrightarrow{Q_2}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow \frac{\lambda}{100} (P \cdot t) = Q_1 + Q_2 \quad \text{در محاسبه گرمای } Q_2, \text{ دقت کنید که فقط } 30g \text{ از آب به بخار تبدیل شده و } m_2 = 30g \text{ باید در رابطه جایگذاری شود. داریم:}$$

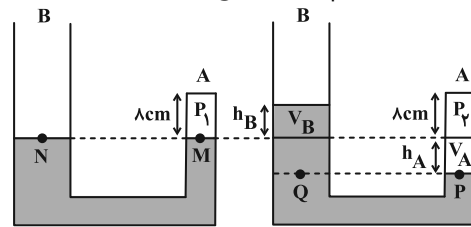
$$\frac{4}{5} \times 2000 \times t = (m_1 c_{\text{آب}} \Delta \theta) + m_2 L_V \quad \frac{m_1 = 400g, \Delta \theta = 50^\circ C}{m_2 = 30g, c_{\text{آب}} = 4200} \rightarrow 1600t = 0 + 4 \times 4200 \times 50 + 0 + 0.3 \times 2240000$$

$$1600t = 840000 + 672000 = 1512000 \Rightarrow t = \frac{1512000}{1600} = 94 / 5s$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۸۸- گزینه «۲» (مهم‌نواوندی مقدم)

اگر دمای هوای محبوس را بالا ببریم، حجم گاز محبوس زیاد شده و در شاخه B ارتفاع جیوه بالا می‌رود. حجم جیوه‌ای که در شاخه چپ به بالا می‌رود (ΔV) ، برابر با حجم جیوه‌ای است که در شاخه راست به پایین می‌رود (ΔV_A) . چون می‌خواهیم اختلاف ارتفاع دو شاخه ۶cm شود، داریم:



حالت اول $\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow A_A h_A = A_B h_B$

$$\Rightarrow \Delta h_A = 1 \cdot h_B \Rightarrow h_A = 2h_B$$

$$\text{اگر } h_A = x \Rightarrow h_B = \frac{x}{2}$$

$$x + \frac{x}{2} = 6 \Rightarrow x = 4cm$$

در حالت اول دو نقطه M و N هم‌فشار هستند، بنابراین داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_1 = P_0 = 76cmHg$$

در حالت دوم دو نقطه P و Q هم‌فشار هستند، بنابراین داریم:

$$P_P = P_Q \Rightarrow P_2 = P_0 + 6cmHg$$

$$\Rightarrow P_2 = 76 + 6 = 82cmHg$$

دمای اولیه گاز $T_1 = 273 + 31 = 304K$ است و با استفاده از نسبت معادله حالت داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \frac{P_1 = 76cmHg, V_1 = \lambda \times A_A}{T_1 = 304K, P_2 = 82cmHg, V_2 = (\lambda + 4) A_A} \rightarrow \frac{76 \times \lambda A}{304} = \frac{82(\lambda + 4) A}{T_2} \Rightarrow T_2 = 492K$$

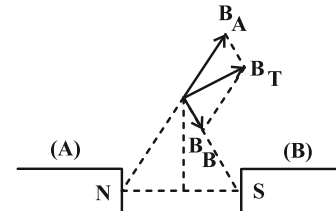


فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

با رسم خطوط میدان مغناطیسی در نقطه M ، می‌توان میدان مغناطیسی برآیند را رسم کرد. چون آهنربای A قوی‌تر است، شدت میدان حاصل از قطب N آن بیشتر از قطب S آهنربای B است. بنابراین بردار برآیند، به B_A نزدیک‌تر از B_B است.

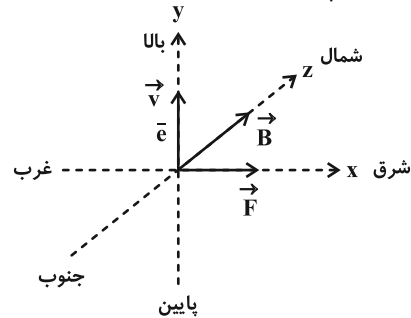


نکته: توجه کنید که میدان مغناطیسی از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شود. (فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۹۲- گزینه «۱»

(شیدا شیرزادی)

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت سرعت الکترون یعنی به سمت بالا بگیریم، به گونه‌ای که کف دست به طرف شمال یعنی در جهت میدان مغناطیسی باشد، در این صورت انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی مثبت را به سمت غرب نشان می‌دهد و چون بار منفی است، جهت نیرو برعکس خواهد بود. در نتیجه الکترون به سمت مشرق منحرف می‌شود. (البته چون بار منفی است، از همان ابتدا می‌توانستیم به جای دست راست، از دست چپ استفاده کنیم و دیگر نیازی به برعکس کردن جهت نیرو نبود.)

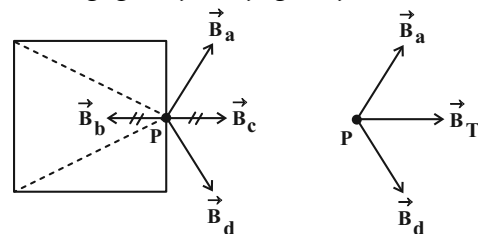


(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۹۳- گزینه «۴»

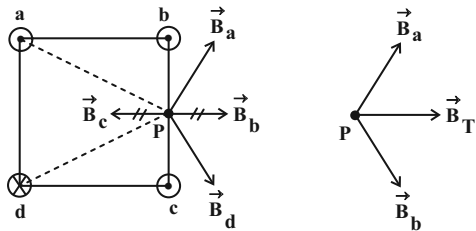
(علیرضا چبازی)

گام اول: میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های b و c در نقطه P هم‌اندازه و در جهت مخالف یکدیگرند. یعنی اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.



برای دو میدان \vec{B}_b و \vec{B}_a به سمت راست است.

گام دوم: اگر جریان سیم‌های b و c برون‌سو شوند، باز هم میدان مغناطیسی حاصل از آن‌ها در نقطه P ، هم‌اندازه و خلاف جهت می‌شوند و اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند.



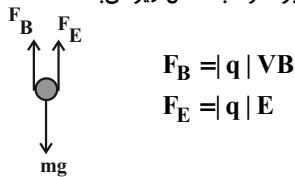
میدان‌های مغناطیسی \vec{B}_d و \vec{B}_a نیز نسبت به حالت قبل هیچ تغییری ندارند. پس میدان برآیند دوباره به سمت راست خواهد بود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۹۴- گزینه «۴»

(کامران ابراهیمی)

با توجه به منفی بودن بار، نیروهای وارد بر گلوله به شکل زیر می‌باشند:



$$F_B = |q| v B$$

$$F_E = |q| E$$

شرط عدم انحراف ذره آن است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد، پس:

$$|q| E + |q| v B = mg$$

$$|q| = 1.0^{-3} C, E = 1.0^3 \frac{N}{C}$$

$$v_B = 1.0^3 \frac{m}{s}, m = 0.2 kg, g = 1.0 \frac{N}{kg}$$

$$\Rightarrow 1.0^{-3} \times 1.0^3 + 1.0^{-3} \times 1.0^3 \times B = 0.2 \times 1.0$$

$$\Rightarrow 1 + B = 2 \Rightarrow B = 1 T$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۸۹ و ۱۰۵)

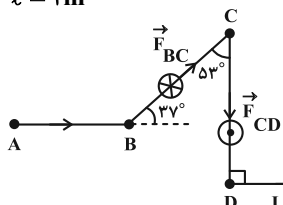
۹۵- گزینه «۳»

(علیرضا چبازی)

باید نیروی وارد بر هر قطعه سیم را جداگانه به دست آوریم. سپس نیروی خالص وارد بر آن‌ها را حساب کنیم.

$$B = 4.0 G = 4.0 \times 10^{-4} T = 0.4 T$$

$$l = 2 m$$



θ : زاویه بین جهت جریان سیم و میدان مغناطیسی است.

برای دو قطعه AB و DE زاویه $\theta = 0$ است. در نتیجه $F_{AB} = F_{DE} = 0$ است و نیرویی به این دو قطعه سیم وارد نمی‌شود.

$$F_{BC} = 0.4 \times 6 \times 2 \times \sin 37^\circ = 0.288 N \quad \otimes \text{ درون‌سو}$$

$$F_{CD} = 0.4 \times 6 \times 2 \times \sin 90^\circ = 0.48 N \quad \odot \text{ برون‌سو}$$

جهت این نیروها با استفاده از قاعده دست راست تعیین شده است.

$$F_t = F_{CD} - F_{BC} = 0.48 - 0.288 = 0.192 N \quad \odot$$

چون $F_{CD} > F_{BC}$ است، پس نیروی خالص هم‌جهت با F_{CD} ، یعنی برون‌سو می‌باشد.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۹۶- گزینه «۴»

(دانیال راستی)

میدان برآیند (قبل از تغییر جهت جریان پیچۀ (۳) برابر است با:



$$\Rightarrow 2\pi N \text{ پیچه } R = 2\pi N \text{ سیملوله } R \xrightarrow{R_{\text{پیچه}}=R} \frac{R}{R_{\text{سیملوله}}=\frac{R}{2}}$$

$$2\pi N \text{ پیچه } R = 2\pi N \text{ سیملوله } \frac{R}{2} \Rightarrow N \text{ سیملوله } = 2N \text{ پیچه}$$

با توجه به رابطه میدان سیملوله و میدان پیچه داریم:

$$B_{\text{سیملوله}} = \frac{\mu_0 I N_{\text{سیملوله}}}{l}, B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_0 I_{\text{پیچه}} N_{\text{پیچه}}}{2R}$$

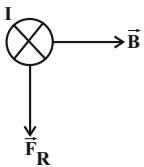
$$\frac{B_{\text{سیملوله}}}{B_{\text{پیچه}}} = \frac{R_{\text{سیملوله}}}{R_{\text{پیچه}}} = \frac{R}{R} = 1$$

$$\frac{\mu_0 (2N) I}{l} = \frac{\mu_0 (6I) I}{2R} \Rightarrow \frac{2N}{l} = \frac{6I}{2R} \Rightarrow \frac{2N}{l} = \frac{3I}{R} \Rightarrow \frac{2N}{3I} = \frac{l}{R} = 48$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۷ و ۱۰۰)

۹۹- گزینه «۱» (امیرمسین برادران)
 فقط موارد (الف) و (ت) در مورد مواد پارامغناطیسی صحیح هستند.
 مورد (ب) به مواد دیامغناطیسی اشاره می‌کند و برای ساختن آهنربای دائمی از مواد فرومغناطیسی سخت استفاده می‌شود.
 (فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۰۰- گزینه «۴» (امیرمسین برادران)
 عددی که ترازو در هر حالت نشان می‌دهد، برابر برآیند نیروی وزن آهنربا و عکس العمل نیرویی است که از طرف آهنربا به سیم وارد می‌شود. چون با تغییر جهت جریان عبوری از سیم، عددی که ترازو نشان می‌دهد افزایش یافته است، بنابراین در حالت اول نیرویی که از طرف سیم به آهنربا وارد می‌شود به سمت بالا و در حالت دوم به سمت پایین است. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون در حالت اول نیرویی که از طرف میدان به سیم وارد می‌شود به سمت پایین است. با توجه به قاعده دست راست و جهت میدان مغناطیسی، جریان عبوری از سیم در حالت اول درون سو است.



اکنون جریان عبوری از سیم را به دست می‌آوریم:

$$\text{سیم } F - \text{آهنربا } W = \text{ترازو } W \text{ (حالت اول)}$$

$$\text{سیم } F + \text{آهنربا } W' = \text{ترازو } W' \text{ (حالت دوم)}$$

$$\text{ترازو } W' - \text{ترازو } W = 24N \Rightarrow 24 = 2F \text{ سیم}$$

$$\Rightarrow F_{\text{سیم}} = 12N$$

اکنون با توجه به رابطه $F_B = BIL$ جریان عبوری از سیم را به دست می‌آوریم:

$$F_B = BIL \xrightarrow{B=4 \cdot 10^{-2} T, L=5 \cdot 10^{-2} m, F_{\text{سیم}}=F_B=12N} I = 6A$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 0 \Rightarrow \vec{B}_3 = -(\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = -\vec{B}_{1,2}$$

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 I_1 N_1}{2r_1} \xrightarrow{I_1=5A, N_1=20, r_1=5cm} |\vec{B}_1| = \frac{12 \times 10^{-7} \times 5 \times 20}{2 \times 5 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^{-4} = 12G \text{ درون سو}$$

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 I_2 N_2}{2r_2} \xrightarrow{I_2=20A, N_2=15, r_2=10cm} |\vec{B}_2| = \frac{12 \times 10^{-7} \times 20 \times 15}{2 \times 10 \times 10^{-2}} = 18 \times 10^{-4} = 18G \text{ برون سو}$$

چون اندازه میدان پیچه (۲) بیشتر از میدان پیچه (۱) است، جهت میدان برآیند (۱) و (۲) $(B_{1,2})$ ، برون سو است.

$$|\vec{B}_{1,2}| = |\vec{B}_1| + |\vec{B}_2| = 18 + 12 = 6G \text{ برون سو}$$

بنابراین داریم:

$$B_3 = -\vec{B}_{1,2} = 6G \text{ درون سو}$$

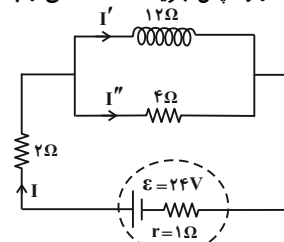
$$B'_3 = 6G \text{ برون سو}$$

برآیند بعد از تغییر جهت برابر است با:

$$B'_T = B_1 + B_2 + B'_3 = 12G \text{ برون سو}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۹۷- گزینه «۴» (مجتبی نگوئیان)
 ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس جریان شاخه اصلی را به دست می‌آوریم:



$$\frac{(12)(4)}{12+4} = 3\Omega \Rightarrow R_{eq} = 3+2 = 5\Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{24}{5+1} = 4A$$

با توجه به این که در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان‌ها برابر با عکس نسبت مقاومت‌ها است، می‌توان نوشت:

$$\frac{I'}{I''} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, I' + I'' = I = 4A \Rightarrow I' = 1A, I'' = 3A$$

میدان مغناطیسی درون سیملوله‌ای که حلقه‌های آن بدون فاصله و در یک ردیف در کنار هم پیچیده شده باشند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I'}{L} \xrightarrow{L=ND} B = \frac{\mu_0 I'}{D}$$

(D: قطر مقطع سیم)

$$\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, I' = 1A$$

$$D = 8mm = 8 \times 10^{-3} m$$

$$B = \frac{(12 \times 10^{-7})(1)}{8 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^{-4} T = 1.5G$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۹۸- گزینه «۴» (دانیال راستی)

چون طول سیم در هر دو حالت برابر است داریم:

$$L_{\text{سیملوله}} = L_{\text{پیچه}}$$



شیمی ۳

گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

موارد اول و پنجم نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول) برقکافت جزو قلمروی تولید مواد از دانش الکتروشیمی است.

مورد پنجم) در محل باتری با انجام یک فرایند شیمیایی، انرژی الکتریکی تولید می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

گزینه «۳»

(هاری معری زاده)

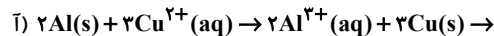
ماده‌ای که با گرفتن الکترون سبب اکسایش گونه دیگر می‌شود اکسنده نامیده می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

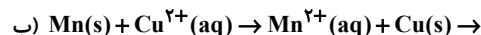
گزینه «۲»

(فرزاد رضایی)

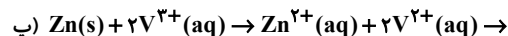
ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



(۶ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)



(۲ مول الکترون مبادله شده)

$$\frac{6}{2} = 3 = \frac{6}{2} = 3$$

بیشترین مول الکترون‌های مبادله شده
کمترین مول الکترون‌های مبادله شده

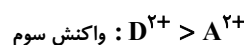
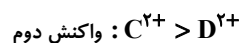
یون Cu^{2+} در واکنش (آ) با ضریب ۳ بالاترین ضریب را در بین گونه‌های اکسنده دارد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

گزینه «۲»

(مهمرضا پورهاویری)

با توجه به واکنش‌های انجام شده، از مقایسه قدرت اکسندگی کاتیون‌های موجود در واکنش‌های داده شده خواهیم داشت:

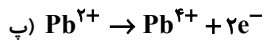
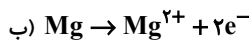
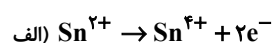


(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

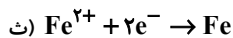
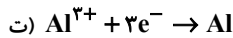
گزینه «۳»

(هدی بهاری پور)

الف، ب و پ: چون الکترون از دست داده‌اند پس واکنش اکسایش انجام گرفته است.



ولی موارد ت و ث همراه با گرفتن الکترون هستند پس کاهش یافته‌اند.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

گزینه «۳»

(مسعود معفری)

عبارت‌های اول، دوم، سوم و چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر قدرت اکسندگی یون X^{2+} از یون Mn^{2+} بیش‌تر باشد، یعنی Mn نسبت به X کاهنده‌تر است و به همین دلیل فلز X نمی‌تواند با محلولی از نمک‌های منگنز وارد واکنش شود.

عبارت دوم: آهن قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به مس دارد و به همین علت اگر یک قطعه فلز مس را در محلول آهن (II) کلرید قرار بدهیم، هیچ واکنشی انجام نمی‌شود.

عبارت سوم: گاز اکسیژن در دما و فشار اتاق نمی‌تواند با پلاتین وارد واکنش شود.

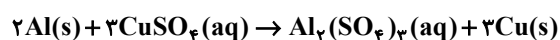
عبارت چهارم: معادله واکنش مورد نظر به صورت $Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$ است. کاتیون فرآورده Zn^{2+} و اتم واکنش‌دهنده، Zn است. نسبت به Zn^{2+} شعاع بزرگ‌تری دارد.عبارت پنجم: با توجه به اطلاعات بیان شده، در می‌یابیم که A نسبت به C قدرت کاهندگی بیش‌تری دارد و به همین دلیل واکنش $(A + C^{2+} \rightarrow \dots)$ در جهت طبیعی و به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

واکنش انجام شده به صورت زیر می‌باشد:

می‌توان نتیجه گرفت که به ازای مصرف ۳ مول Cu^{2+} ، ۲ مول Al^{3+} تولید می‌شود.



چون غلظت نصف شده پس می‌توانیم مقدار مول یون نقره در محلول پس از گذشت مدت زمانی از واکنش حساب کنیم:

$$\text{بقی مانده } \text{mol Ag}^+ = 0.2 \text{L} \times \frac{0.1 \text{ mol}}{1 \text{L}} = 0.02 \text{ mol}$$

$$\text{مقدار مول مصرفی } \text{Ag}^+ = 0.04 - 0.02 = 0.02 \text{ mol}$$

$$\text{مصرف شده } \text{Al} ? = 0.02 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{1 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0.18 \text{ g Al}$$

$$\text{مقدار } \text{Ag} \text{ تولید شده} = 0.02 \text{ mol Ag}^+ \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{3 \text{ mol Ag}^+}$$

$$\times \frac{108 \text{ g Ag}}{1 \text{ mol Ag}} = 2.16 \text{ g Ag}$$

$$\text{جرم مصرف شده (Al)} - \text{جرم (Ag تولید شده)} = \frac{50}{100} = \text{تغییرات جرم تیغه}$$

$$= \frac{50}{100} \times 2.16 - 0.18 = 0.9 \text{ g}$$

تغییرات جرم

$$\text{درصد تغییرات جرم تیغه} = \frac{0.9}{2.5} \times 100 = 36\%$$

جرم اولیه تیغه

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

۱۱۰- گزینه «۲» (ایمان حسین نژاد)

آرایش الکترونی فشرده اتم‌های روی و اکسیژن به ترتیب $[\text{Ar}]3d^1 4s^2$ و

$[\text{He}]2s^2 2p^4$ است که پس از انجام واکنش به صورت $[\text{Ar}]3d^1$ و

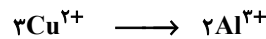
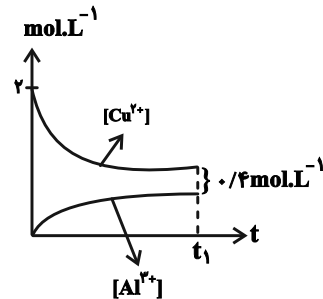
$[\text{He}]2s^2 2p^6$ تغییر می‌کند، پس دو الکترون از زیرلایه $4s$ کم شده

(مجموع n و l برابر ۸) و دو الکترون به زیرلایه $2p$ اضافه می‌شود

(مجموع n و l برابر ۶)؛ بنابراین مجموع n و l ذرات واکنش‌دهنده به

اندازه ۲ واحد تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴)



غلظت اولیه : ۲

تغییرات غلظت : $-3x$ $+2x$

غلظت نهایی : $2-3x$ $2x$

$$\Rightarrow [\text{Cu}^{2+}] - [\text{Al}^{3+}] : 2 - 3x - (2x) = 2 - 5x = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow 5x = 1.6 \Rightarrow x = 0.32 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow [\text{Al}^{3+}] = 2x = 2 \times 0.32 = 0.64 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

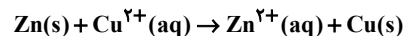
نیم‌واکنش اکسایش به صورت $\text{Al} \rightarrow \text{Al}^{3+} + 3e^-$ می‌باشد:

$$? \text{ mol } e^- : 1 \text{L} \times \frac{0.64 \text{ mol Al}^{3+}}{1 \text{L محلول}} \times \frac{3 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol Al}^{3+}} = 1.92 \text{ mol } e^-$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۱۰۸- گزینه «۳» (مس رمضی کوکنده)

فلز روی نسبت به مس تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد و با قرار گرفتن تیغه روی درون محلول مس (II) سولفات واکنش شیمیایی زیر انجام می‌شود:



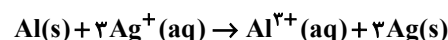
$$? \text{ g} : 9/0.2 \times 10^{23} e^- \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6/0.2 \times 10^{23} e^-} \times \frac{(-65 + 64) \text{ g}}{2 \text{ mole}^-} = -0.75 \text{ g}$$

جرم تیغه 0.75 g کاهش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱۰۹- گزینه «۲» (امیر ماتمیان)

معادله موازنه شده واکنش:



مول یون نقره در محلول اولیه در ابتدای واکنش:

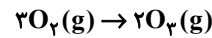
$$? \text{ mol Ag}^+ = 0.2 \text{L} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{L}} = 0.04 \text{ mol Ag}^+$$



شیمی ۱

گزینه «۲» - ۱۱۱

(پارسا عبوض پور)



$$? L O_2 = 1000 m^3 \text{ آب} \times \frac{100 g O_2}{1 m^3 \text{ آب}} \times \frac{1 mol O_2}{48 g O_2}$$

$$\times \frac{3 mol O_2}{2 mol O_2} \times \frac{22.4 L O_2}{1 mol O_2} = 70000 L O_2$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۱)

گزینه «۱» - ۱۱۲

(مهمرضا پوریاوید)

در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی برای تبدیل گاز CO_2 به مواد معدنی از منیزیم اکسید و کلسیم اکسید (و نه منیزیم اکسید (II) و کلسیم (II) اکسید) استفاده می‌کنند.

نکته: برای فلزاتی که فقط یک ظرفیت دارند در نام‌گذاری ترکیب‌های یونی حاصل از آن‌ها، بار کاتیون ذکر نمی‌شود.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

گزینه «۴» - ۱۱۳

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

با استفاده از رابطه زیر می‌توان حجم ثانویه را محاسبه کرد:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 \times (h \times A)}{T_1} = \frac{1/25 P_1 \times (h_2 \times A)}{T_1}$$

$$\Rightarrow h_2 = 0/8h$$

توجه ۱: در رابطه بالا حجم سیلندر استوانه‌ای شکل برابر با حاصل ضرب مساحت سطح مقطع (A) در ارتفاع پیستون (h) است.

توجه ۲: دقت کنید بر اساس صورت سؤال فشار ثانویه سیلندر برابر است با فشار اولیه + ۲۵٪ فشار اولیه یا به عبارتی $1/25$ برابر فشار اولیه.

بر اساس معادلات بالا ارتفاع پیستون کم‌تر شده است پس پیستون به سمت پایین حرکت کرده.

برای محاسبه درصد تغییرات داریم:

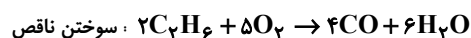
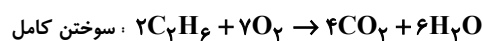
$$\text{درصد تغییرات} = \frac{-0/2h}{h} \times 100 = -20\%$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش حجم می‌باشد پس حجم جدید، ۸۰ درصد حجم اولیه است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه «۳» - ۱۱۴

(هاری معری زاده)



دقت شود که به ازای مصرف ۲ مول اتان در سوختن کامل نسبت به سوختن ناقص، ۲ مول اکسیژن بیشتر مصرف شده است.

$$? L O_2 = 45 g C_2H_6 \times \frac{1 mol C_2H_6}{30 g C_2H_6} \times \frac{2 mol O_2}{2 mol C_2H_6} \times$$

$$\frac{22.4 L O_2}{1 mol O_2} = 33.6 L O_2$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

گزینه «۱» - ۱۱۵

(روزبه رضوانی)

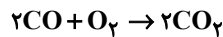
$$CO_2 = 0/125 \quad Ar = 0/2 \quad O_2 = 0/25 \quad N_2 = 0/25$$

$$\text{مجموعاً } 0/825$$

$$CO = 1 - 0/825 = 17/5\%$$

فرض بر اینکه مخلوط اولیه ۱۰۰ لیتر باشد:

$$25 L O_2, 25 L N_2, 20 L Ar, 12/5 L CO_2, 17/5 L CO$$



$$2L \quad 1L \quad 2L$$

$$17/5 L \quad 8/75 L \quad 17/5 L$$

$$O_2 \text{ باقی‌مانده} = 25 - 8/75 = 16/25 L$$

$$CO_2 \text{ در مخلوط جدید} = 12/5 + 17/5 = 30 L$$

$$\text{حجم گازها در مخلوط جدید} = 20 + 16/25 + 25 + 30 = 91/25 L$$

$$\text{درصد حجمی } CO_2 \text{ در مخلوط حاصل} = \frac{\text{حجم } CO_2}{\text{حجم مخلوط}} \times 100$$

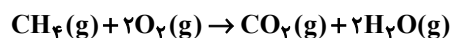
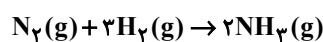
$$= \frac{30 L}{91/25 L} \times 100 = 33$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

گزینه «۳» - ۱۱۶

(پیمان فواجوی مهر)

مجموع ضرایب مواد در معادله‌های زیر با هم برابر است:





گزینه «۴»: واکنش نوشته شده باید برعکس باشد. ضمن آنکه AgNO_3 نمکی محلول در آب بوده و AgCl در آب نامحلول خواهد بود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱۱۹- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

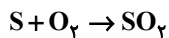
$$\begin{cases} V_{\text{گازوئیل}} = 50 \text{ L} \\ d_{\text{گازوئیل}} = 0.85 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = 850 \frac{\text{g}}{\text{L}} \Rightarrow m_{\text{گازوئیل}} = d \times V \end{cases}$$

$$= 850 \times 50 = 42500 \text{ g}$$

$$400 \text{ ppm} = \frac{x}{42500} \times 10^6 \Rightarrow x = \frac{42500 \times 400}{10^6} = 17 \text{ g}$$

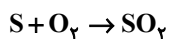
مقدار گوگردی که در طول یک ماه در خودروی دیزلی می‌سوزد برابر است با:

$$S = 30 \times 17 = 510 \text{ g}$$



$$? \text{ g } SO_2 = 510 \text{ g } S \times \frac{1 \text{ mol } S}{32 \text{ g } S} \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{1 \text{ mol } S} \times \frac{64 \text{ g } SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} = 1020 \text{ g } SO_2$$

مقدار S سوخته در یک روز



$$? \text{ LO}_2 = 17 \text{ g } S \times \frac{1 \text{ mol } S}{32 \text{ g } S} \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } S} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 17 \text{ g } O_2$$

$$\frac{17 \text{ g } O_2}{17 \text{ g } O_2} \times \frac{20\%}{100\%} \Rightarrow L = 59.5 \text{ L}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

و آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۲۰- گزینه «۳» (ایمان حسین نزار)

موارد اول و چهارم درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: مقایسه درصد جرمی آب در این سه محلول به صورت «دریای

مدیترانه < دریای سرخ < دریای مرده» است.

مورد سوم: حلال جزئی از محلول است که حل‌شونده را در خود حل می‌کند و

شمار مول‌های آن بیشتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۸)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نیتروژن و هیدروژن در دمای اتاق حتی در حضور جرقه و کاتالیزگر هم با هم واکنش نمی‌دهند و نیازمند شرایط خاصی هستند.

گزینه «۲»: در واکنش هابر، همه واکنش دهنده‌ها به فرآورده تبدیل نمی‌شوند و واکنش برگشت‌پذیر است.

گزینه «۴»: امروزه فرآورده‌های صنعتی گوناگون از N_2 تهیه می‌شود که NH_3 یکی از آنهاست.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۱۷- گزینه «۴» (امیر حسین طیبی)

نام یون	کلرید	سدیم	سولفات	منیزیم	کلسیم	پتاسیم	کربنات	برمید
نماد یون	Cl^-	Na^+	SO_4^{2-}	Mg^{2+}	Ca^{2+}	K^+	CO_3^{2-}	Br^-
میلی گرم یون در یک کیلوگرم آب دریا	۱۹۰۰۰	۱۰۵۰۰	۲۶۵۵	۱۳۵۰	۴۰۰	۳۸۰	۱۴۰	۶۵

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست- یون‌های Na^+ و Mg^{2+} هر دو ۱۰ الکترون در آرایش الکترونی خود دارند و هر دو به آرایش گاز نجیب Ne می‌رسند.

گزینه «۲»: درست- نقره کلرید ($AgCl$) یک ترکیب نامحلول در آب می‌باشد.

گزینه «۳»: درست- مطابق جدول بالا درست است.

گزینه «۴»: نادرست- نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها در باریم سولفات

$$(\text{BaSO}_4) \text{ برابر با } 2 = \frac{1+1+4}{3} \text{ خواهد بود.}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۵ تا ۸۷)

۱۱۸- گزینه «۳» (مهمربها پورباویر)

گزینه «۱»: لازم است نمک Na_3PO_4 محلول در آب بوده و نمک $Ca_3(PO_4)_2$ به صورت رسوب باشد.

گزینه «۲»: برای شناسایی یون Cl^- لازم است رسوب $AgCl$ در فرآورده‌های واکنش موجود باشد.



شیمی ۲

گزینه ۴» ۱۲۱-

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی سایر گزینه‌ها:

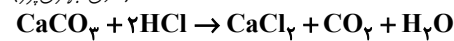
گزینه ۱: قاوت به دلیل سطح تماس بیشتر با هوا از مغز آن زودتر فاسد می‌شود.
گزینه ۲: روغن‌های مایع به جهت دور ماندن از نور در ظروف مات نگهداری می‌شوند.

گزینه ۳: محیط‌های سرد، تاریک و خشک برای نگهداری مواد غذایی مناسب‌تر هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

گزینه ۲» ۱۲۲-

(هدی بهاری پور)



سرعت در ۲۰ تا ۳۰ ثانیه:

$$\bar{R} : \frac{0/030 - 0/025}{30 - 20} = \frac{0/005}{10} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol/s}$$

سرعت در ۱۰ تا ۵۰ ثانیه:

$$\bar{R} : \frac{0/035 - 0/005}{50 - 10} = \frac{0/03}{40} = 7/5 \times 10^{-4} \text{ mol/s}$$

مجموع سرعت در این دو بازه زمانی:

$$5 \times 10^{-4} + 7/5 \times 10^{-4} = 12/5 \times 10^{-4} \text{ mol/s}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه ۴» ۱۲۳-

(مهدی رضا پوریاوید)

تمام عبارات‌های داده شده درست هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷ و ۸۳)

گزینه ۲» ۱۲۴-

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

در نمودارهای غلظت - زمان، منحنی (یا خط)‌های صعودی مربوط به فرآورده‌ها می‌باشند زیرا رفته رفته به غلظت آن‌ها افزوده می‌شود و منحنی (یا خط)‌های نزولی مربوط به واکنش‌دهنده‌ها می‌باشند زیرا با گذر زمان از غلظت آن‌ها کاسته می‌شود. نکته مهم در تشخیص نمودار صحیح این است که تغییرات غلظت مواد باید متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها باشد. برای مثال در واکنش صورت سؤال ضریب NO_2 دو برابر ضریب O_2 است پس در طول واکنش قدم‌مطلق تغییرات غلظت NO_2 ، ۲ برابر تغییرات غلظت O_2 خواهد بود.

با توجه به توضیحات بالا، به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: نادرست، در واکنش صورت سؤال یک واکنش دهنده داریم پس در نمودار باید فقط یک منحنی نزولی داشته باشیم. در این گزینه دو منحنی نزولی داریم.

گزینه ۲: درست، یک منحنی نزولی مربوط به واکنش‌دهنده و دو منحنی صعودی مربوط به فرآورده‌ها داریم که تغییرات تمام مواد متناسب با ضریبشان است.

گزینه ۳: نادرست، طبق صورت سؤال واکنش باید کامل باشد یعنی غلظت واکنش‌دهنده به صفر برسد. در نمودار این گزینه غلظت واکنش‌دهنده به صفر نرسیده است.

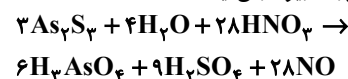
گزینه ۴: نادرست، قبل از اتمام واکنش (زمان متناظر با خط چین) منحنی یکی از فرآورده‌ها (O_2) شروع به افقی شدن کرده که این موضوع به معنی ثابت بودن غلظت آن ماده است در حالی که غلظت هر دو فرآورده گازی این واکنش تا لحظه آخر رو به افزایش است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

گزینه ۱» ۱۲۵-

(پیمان فواوی میسر)

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:



سرعت متوسط تولید NO در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\bar{R}_{\text{NO}} = \frac{0/01 \text{ mol}}{\frac{1}{6} \text{ min}} = 0/06 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

سرعت متوسط تولید H_2SO_4 ، $\frac{9}{28}$ سرعت متوسط تولید NO است،

$$\frac{9}{28} \times \frac{6}{100} = 0/019 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

پس داریم:

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰ و ۹۱)

گزینه ۴» ۱۲۶-

(پیمان فواوی میسر)

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر است:



حال داریم:

ماده	N_2O_5	NO_2	O_2
مول اولیه	۰/۸	۰	۰
مول نهایی	۰/۸-۲x	+۴x	+x

$$0/8 - 2x + 4x + x = 1/25 \Rightarrow x = 0/15$$

پس مقدار ۰/۳ مول از N_2O_5 تجزیه شده است:

$$\frac{0/3}{0/8} \times 100 = 37/5 = \text{درصد } \text{N}_2\text{O}_5 \text{ تجزیه شده}$$

سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط تولید O_2 برابر است زیرا ضریب یک دارد.

$$\bar{R}_{\text{O}_2} = \frac{0/15 \text{ mol}}{2 \text{ L} \times 2/5 \text{ min}} = \frac{0/15}{5} = 0/03 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰ و ۹۱)

گزینه ۲» ۱۲۷-

(علیرضا کیانی دوست)

چون انحلال آمونیوم نترات گرماگیر است انرژی توسط سامانه جذب می‌شود نه آزاد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: صحیح؛ از این واکنش برای سرد کردن محل آسیب‌دیدگی استفاده می‌شود.
گزینه ۳: صحیح؛ هر دو واکنش انحلال کلسیم کلرید در آب و تولید اکسیژن از اوزون گرماده می‌باشند.

گزینه ۴: فرض می‌کنیم ۱ مول از هر نمک در آب حل شده است. در این شرایط مطابق قانون هس گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط برابر است با:

$$Q = (-83) + 26 = -57 \text{ kJ}$$

پس به‌طور کلی آنتالپی این فرایند منفی بوده و گرماده است و دمای آب بالا خواهد رفت.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه ۳» ۱۲۸-

(علیرضا کیانی دوست)

عبارت دوم نادرست است. خاک باغچه حاوی کاتالیزگرهای مناسب است و به اثر سطح تماس مربوط نمی‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

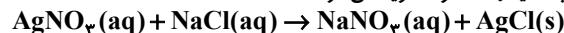
گزینه ۲» ۱۲۹-

(پارسا عیوض پور)

فقط مورد اول درست است.

بررسی موارد نادرست:

ب) افزودن محلول نقره نترات به محلول سدیم کلرید باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.



ج) ۳۰ درصد غذای جهان به زباله تبدیل می‌شود.

د) در واکنش ترمیت $\text{Fe}(\text{l})$ تشکیل می‌شود و مایعات رسوب نمی‌کنند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۲، ۸۳، ۹۱ و ۹۲)

گزینه ۱» ۱۳۰-

(ایمان حسین نژاد)

همه موارد درست هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۲ و ۸۶ تا ۹۰)