

## دوازدهم رياضي



## آزمون هديه ۱۵ دي ۱۴۰۲

آزمون اختصاصي  
گروه آزمائشي علوم رياضي و فني

عنوان مواد امتحاني آزمون اختصاصي گروه آزمائشي علوم رياضي و فني، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگويي

رديف	مواد امتحاني	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گويي
۱	رياضيات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقيقه
۲	فيزيك	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقيقه
۳	شيمي	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقيقه



# آزمون هدیه «۱۵ دی ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت زمان کل پاسخ گویی : ۱۲۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۸۰ سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۲۰	حسابان ۲
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضیات گسسته
۳۱-۴۰	۱۰	هندسه
۴۱-۶۰	۲۰	فیزیک
۶۱-۸۰	۲۰	شیمی
۱-۸۰	۸۰	جمع کل

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲	کاظم اجلائی-مهرداد استقلالیان-مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-سهیل حسن خان پور-عادل حسینی-محمد رضا راسخ-علی شهرابی-رضا طاری-سپهر متولی-علیرضا نداف زاده-جهانبخش نیکنام	
هندسه ۳	امیر حسین ابومحبوب-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-سوگند روشنی-هومن عقیلی-مهرداد ملوندی	
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-احمد رضا فلاح	
فیزیک	محمد اسدی-زهره آقامحمدی-امیر حسین برادران-میثم دشتیان-محمدعلی عباسی-بهادر کامران-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-غلامرضا محبی-سیدعلی میرنوری-سیدجلال میری-حسین ناصحی	
شیمی	مجتبی اسدزاده-رئوف اسلام دوست-فرزین بوستانی-مسعود جعفری-محمد رضا جمشیدی-حسن رحمتی کونکده-علی رحیمی-علیرضا رضایی سراب-فرزاد رضایی-جهان شاهی بیگباغی-ساجد شیری-مسعود طبرسا-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-حسن عیسی زاده-حسن ناصر ثانی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین برادران	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی مهدی شریفی	امیر رضا حکمت نیا
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	مهدی خالئی	مهدی خالئی	حسین بصیر ترکبور	احسان پنجه شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	دانیال راستی	پارسا عیوض پور
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تهریزی	سرژ یقیا زاریان تهریزی	احسان صادقی	امیر حسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون  
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۷۱

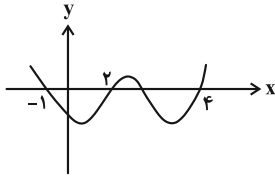
وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات، حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۱ تا ۶۹

۱- باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای  $p(x) = 2x^5 - x + 3$  بر  $x^2 - 3x + 2$  چند جمله‌ای  $r(x) = ax + b$  است.  $r(-1)$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) -۱۱۸ (۴) -۵۲

۲- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(-1)^{|x|}}{4f(x) + f(3-x)}$  کدام است؟ ( [ ] ، [ ] نماد جزء صحیح است.)



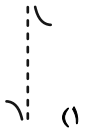
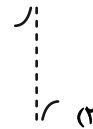
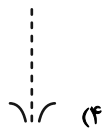
(۱)  $-\infty$

(۲)  $+\infty$

(۳) صفر

(۴) حد ندارد

۳- نمودار تابع  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$  در همسایگی  $x = 0$  کدام است؟



(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{2x^3 + ax^2 + bx - 12} = -\infty$  باشد، حاصل  $2a + b$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) ۳

(۱) ۲

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1+x}{2-x} \right]$  کدام است؟ ( [ ] ، [ ] نماد جزء صحیح است.)

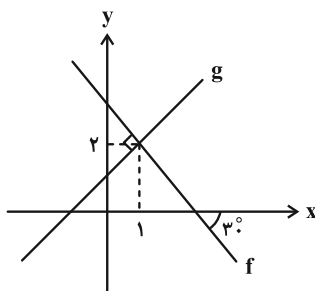
(۴) -۲

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) صفر

۶- شکل زیر، نمودار توابع خطی  $f$  و  $g$  را نشان می‌دهد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$  کدام است؟



(۱)  $-\frac{1}{3}$

(۲) -۱

(۳)  $-\frac{1}{9}$

(۴) -۳

۷- شیب تابع خطی  $f$  مثبت است. اگر مجانب افقی تابع  $g(x) = \frac{3f^{-1}(2x+1)}{f(2x)+1}$  خط  $y = \frac{1}{12}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x+1)+x}{f^{-1}(x-1)-x}$

کدام است؟

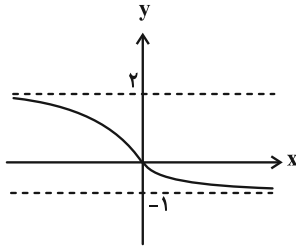
(۴) ۵

(۳)  $\frac{14}{5}$

(۲)  $-\frac{42}{5}$

(۱) -۶

۸- نمودار تابع  $f$  مطابق شکل زیر می باشد. اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  باشند، مجانب افقی تابع



کدام است  $g(x) = \frac{(1-ax)^3 + (1+bx^3) + (a-b)x^2}{(a+b)(x^2+x)(2-3x)}$ ؟

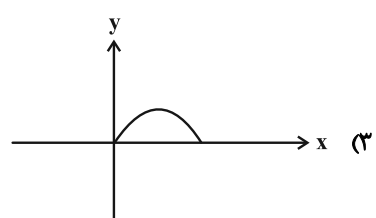
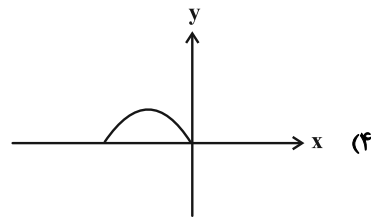
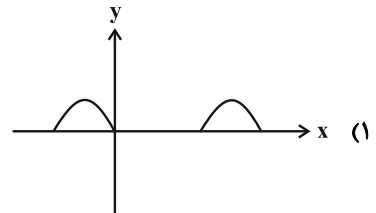
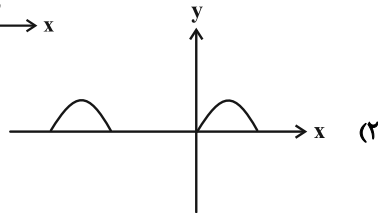
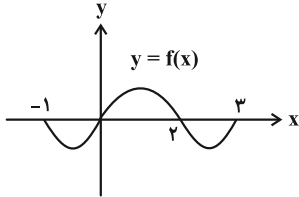
(۱)  $y = -1$

(۲)  $y = 1$

(۳)  $y = 3$

(۴)  $y = -3$

۹- با توجه به نمودار تابع  $f$ ، نمودار تابع  $g(x) = \sqrt{-f(-x)}|f(-x)|$  کدام است؟



۱۰- تابع  $f$  چهار صفر دارد و مجموع صفرهای تابع  $y = -3f(5-2x)$  برابر  $\frac{1}{4}$  باشد، مجموع صفرهای تابع  $y = f(\frac{1}{4}x-1)$  کدام است؟

(۴) ۳۸

(۳) ۴۶

(۲) ۱۲

(۱) ۴۲

۱۱- کدام تابع روی دامنه اش یکنوا است؟

(۴)  $y = (x+1)(2^x - x^2)$

(۳)  $y = (x-1)\sqrt{x}$

(۲)  $y = (2^x + 1)\sqrt{x}$

(۱)  $y = (x-2)2^x$

۱۲- وضعیت یکنوایی تابع  $f(x) = 4^{x-1} - 8^x$  روی  $(0, +\infty)$  چگونه است؟

(۲) نزولی

(۱) صعودی

(۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

(۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی

۱۳- تابع  $f(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}$  مفروض است. مجموع اعداد صحیحی که در نامعادله  $f(f(x)+4) \leq 0$  صدق می کنند، کدام است؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۴

(۲) ۹

(۱) ۵

۱۴- با فرض  $\cos 1^\circ = \frac{1}{a}$ ، حاصل  $1 - \tan 1^\circ \tan 2^\circ$  بر حسب  $a$  کدام است؟

(۴)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2(2-a)}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2(2-a^2)}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}a^3}{2-a^2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{3}a}{2-a^2}$

۱۵- نمودار تابع  $f(x) = \frac{k \cos^2 kx \tan kx}{1 + \tan^2 kx}$  در بازه  $[0, \pi]$  فقط سه ریشه دارد. حدود  $k$  کدام است؟

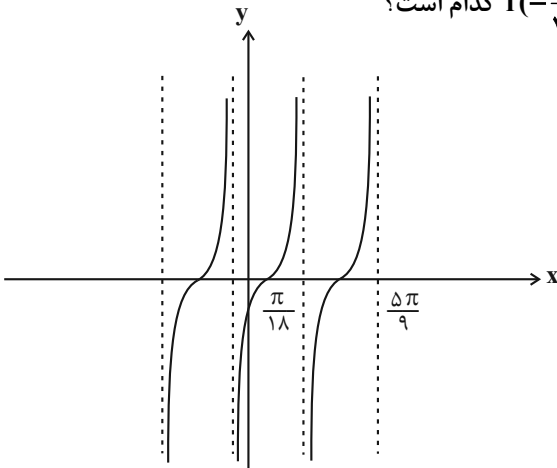
(۲)  $\frac{1}{2} \leq |k| < \frac{3}{4}$

(۱)  $-1 \leq k \leq 1, k \neq 0$

(۴)  $1 \leq k < 2$

(۳)  $\frac{3}{4} < |k| \leq 1$

۱۶- شکل زیر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \tan(ax + b)$  است. مقدار  $f(-\frac{\pi}{36})$  کدام است؟



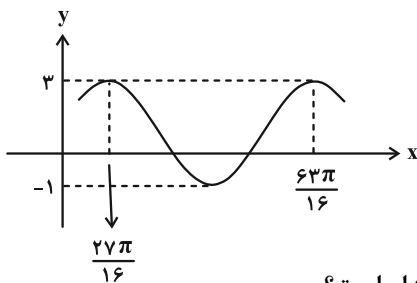
(۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲)  $-\sqrt{3}$

(۳)  $-1$

(۴) صفر

۱۷- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a \sin^2(bx - \frac{3\pi}{4}) + c$  به صورت زیر است. مقدار  $f(21\pi)$  کدام است؟



(۱)  $1 - \sqrt{3}$

(۲)  $1 + \sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) صفر

۱۸- مجموع جواب‌های معادله  $1 + \sin^2 x - \cos^2 x = 0$  که در بازه  $[0, \pi]$  واقع‌اند، کدام است؟

(۴)  $\frac{7\pi}{4}$

(۳)  $\frac{5\pi}{4}$

(۲)  $3\pi$

(۱)  $\frac{7\pi}{2}$

۱۹- اگر  $f(x) = \frac{2 \cos x - |\cos x|}{3}$  باشد، تعداد جواب‌های معادله  $9(f(x))^2 - 1 = 0$  در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{2})$  کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

۲۰- تعداد جواب‌های معادله  $\cos(\pi \sin(4\pi x)) = \frac{1}{3}$  در بازه  $[0, \frac{3}{4}]$  کدام است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۱۲

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

وقت پیشنهادی: ۱۷ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه های ۹ تا ۴۶

۲۱- شعاع بزرگ ترین دایره ای که بر هر دو محور مختصات و دایره  $x^2 + y^2 - 12x - 14y + 81 = 0$  مماس باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۴۲

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  آن گاه با فرض  $A^3 - A^2 = mA + nI$ ، حاصل  $m+n$  کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۲۳- اگر مجموعه نقاطی از دایره  $C(O, 4)$  که از خط  $d$  به فاصله  $x$  باشند مثلث متساوی الاضلاع بسازند، آن گاه فاصله مرکز دایره تا خط  $d$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{3}{2}$

۲۴- اگر  $AB = \begin{bmatrix} 2 & \\ -1 & \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 3 & \\ 2 & \end{bmatrix}$  و  $A^2 = 3A - I$ ، آن گاه  $A^{-1}B$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 5 & \\ -1 & \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & \\ 6 & \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 7 & \\ 7 & \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & \\ 4 & \end{bmatrix}$

۲۵- یک منحنی از مجموعه نقاطی مانند  $M$  تشکیل شده که فاصله  $M$  از نقطه  $A(1, 2)$ ،  $\sqrt{2}$  برابر فاصله  $M$  از نقطه  $B(-1, 3)$  است. بیشترین فاصله نقاط این منحنی از خط  $L: 3x - 4y = 5$  کدام است؟

- (۱)  $5(\sqrt{10} - 1)$  (۲)  $5 - \sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{10} + 5$  (۴)  $\sqrt{10} + 6$

۲۶- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  مجموع درایه های سطر اول ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۵ (۳) -۹ (۴) ۱۳

۲۷- طول وتری که دایره به معادله  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{37}{4}$  روی خط به معادله  $6x + 8y - 9 = 0$  جدا می کند، چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 & b \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 2b & 3 & 2c \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، حاصل  $a+b+c$  برابر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۲۹- دایره ای به معادله  $x^2 + y^2 + 2x = 7$  با دایره  $C$  به شعاع  $\sqrt{2}$  و مرکز  $(2, 3)$  چند مماس مشترک دارند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2|A| & |A| \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$  و  $A$  ماتریسی وارون پذیر باشد، حاصل  $|A|(|A|^2 - 1)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴)  $\frac{15}{8}$

وقت پیشنهادی: ۱۸ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۱ تا ۴۲

 ۳۱- اگر  $a = 1! + 2! + 3! + \dots + 100!$  و  $b^4 \mid a$ ، آن گاه باقی مانده تقسیم عدد  $1 + b^2 + 11a^2$  بر ۸ کدام است؟

- ۵ (۱)      ۴ (۲)      ۳ (۳)      ۲ (۴)

 ۳۲- مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مانند  $x$  که در معادله  $(\sum_{n=0}^{1402} n!)x + 15y = 1403$  صدق می‌کند، کدام است؟

- ۱۷ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۳ (۳)      ۲۶ (۴)

 ۳۳- اگر  $a$  و  $b$  به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۴ باشند که در تقسیم بر ۳ و ۱۱ باقی مانده ۱ داشته باشند، رقم یکان  $b^a$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۶ (۲)      ۱ (۳)      ۴ (۴) صفر

 ۳۴- اگر عددی مانند  $k$  در  $\mathbb{Z}$  باشد که در صورتی که  $5 \mid 3k + 1$ ، بتوان نتیجه گرفت  $19 + mk + 16k^2 \mid 25$ ، آن گاه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی دو رقمی که بتوان به جای  $m$  قرار داد کدام است؟

- ۹ (۱)      ۱۰ (۲)      ۱۱ (۳)      ۱۲ (۴)

 ۳۵- در گراف ۵ رأسی  $k$  - منتظم که  $k$  بیشترین مقدار ممکن را دارد، تعداد دورهای به طول ۳ کدام است؟

- ۱۰ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۴ (۳)      ۱۵ (۴)

 ۳۶- در گراف  $G$  از مرتبه ۵، مجموعه‌های همسایه‌های باز رئوس  $a$ ،  $b$  و  $c$  هر کدام سه عضو دارند. همچنین  $N_G[d] = 3$  و  $N_G[e] = 2$ ؛ چند یال به گراف  $G$  اضافه شود تا تبدیل به گراف کامل شود؟

*Handwritten note:*  $N_G[e] = 2$ ؛ چند یال به گراف  $G$  اضافه شود تا تبدیل به گراف کامل شود؟

- ۳ (۱)      ۵ (۲)      ۴ (۳)      ۶ (۴)

 ۳۷- اگر  $a$  مضرب ۳ باشد ولی مضرب ۶ نباشد، باقی مانده تقسیم  $a^2 - 3$  بر ۴ کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

۳۸- در یک تقسیم، مقسوم ۷ برابر باقی مانده است و خارج قسمت حداکثر مقدار می‌باشد. تفاضل حداکثر و حداقل مقدار دو رقمی مقسوم کدام است؟

- ۱۴ (۱)      ۳۵ (۲)      ۷۰ (۳)      ۲۸ (۴)

 ۳۹- اگر مرتبه و اندازه گراف  $G$  به ترتیب ۷ و ۶ باشد، آن گاه حداقل و حداکثر مقدار ممکن برای  $\delta$  در گراف  $\bar{G}$  کدام است؟

- ۴ و ۳ (۱)      ۳ و ۲ (۲)      ۳ و ۲ (۳)      ۴ و ۲ (۴)

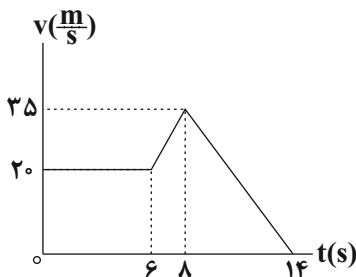
 ۴۰- معادله هم‌نهستی  $(11a+9)x \equiv 24 \pmod{5a-2}$  به پیمانه ۵۲ جواب ندارد. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی  $a$  کدام است؟

- ۱۵ (۱)      ۷ (۲)      ۱۳ (۳)      ۹ (۴)

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای / نوسان و موج (نا سر موج و انواع آن): صفحه‌های ۱ تا ۶۹ وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۴۱- نمودار سرعت - زمان خودرویی که در راستای محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب خودرو در لحظه

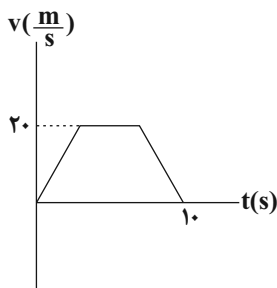
$t_1 = 7s$  چند برابر بزرگی شتاب آن در لحظه  $t_2 = 13s$  است؟



- (۱)  $\frac{9}{14}$
- (۲)  $\frac{18}{7}$
- (۳)  $\frac{9}{7}$
- (۴)  $\frac{4}{3}$

۴۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی

$t_1 = 0s$  تا  $t_2 = 10s$ ، برابر با  $15 \frac{m}{s}$  باشد، جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی که حرکت آن یکنواخت است، چند متر است؟



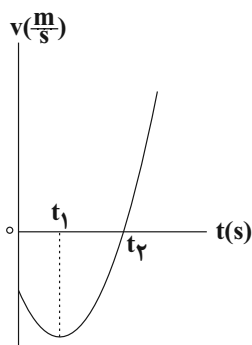
- (۱) ۵۰
- (۲) ۱۲۵
- (۳) ۷۵
- (۴) ۱۰۰

۴۳- دو متحرک A و B با تندی‌های ثابت، در مبدأ زمان به ترتیب از مکان‌های  $x_A = 5m$  و  $x_B = -10m$  در سوی مثبت محور  $x$  عبور می‌کنند. اگر فاصله این دو متحرک از یک دیگر در لحظه  $t = 10s$  برای دومین بار برابر  $5m$  گردد، در چه لحظه‌ای بر

حساب ثانیه، فاصله دو متحرک  $20m$  می‌شود؟

- (۱)  $7/5$
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴)  $17/5$

۴۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. کدام گزینه در مورد این حرکت درست است؟



(۱) تندی متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  در حال افزایش است.

(۲) متحرک در لحظه  $t_1$  تغییر جهت می‌دهد.

(۳) نوع حرکت متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_2$ ، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(۴) در بازه زمانی صفر تا  $t_1$  بردار شتاب متوسط متحرک و بردار سرعت متوسط آن با یکدیگر هم‌جهت‌اند.



۴۵- متحرک A از حال سکون و از مبدأ مکان با شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  در جهت مثبت محور X شروع به حرکت می‌کند. دو ثانیه بعد، متحرک B با سرعت ثابت از مبدأ مکان در همان جهت محور X می‌گذرد. حداکثر تندی متحرک B چند متر بر ثانیه باشد تا از متحرک A سبقت نگیرد؟

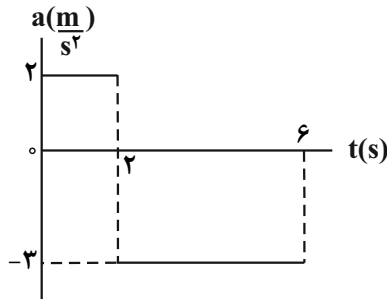
۱۲ (۴)

۱۶ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۴۶- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیه  $10 \frac{m}{s}$  در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی صفر تا ۶s، چند متر بر مربع ثانیه است؟



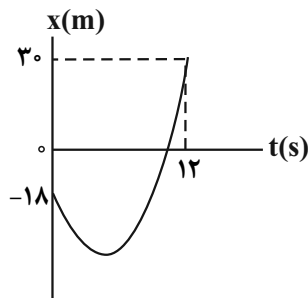
$-\frac{4}{3}$  (۱)

$\frac{4}{3}$  (۲)

۰/۵ (۳)

-۰/۵ (۴)

۴۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط در ۱۲ ثانیه ابتدایی حرکت برابر  $1 \frac{m}{s}$  باشد، تندی متحرک در لحظه  $t=12s$ ، چند متر بر ثانیه است؟



۲۴ (۱)

۱۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت  $4 \frac{m}{s^2}$  در جهت محور X، از مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در چه مکانی، تندی متحرک به  $16 \frac{m}{s}$  می‌رسد؟

$x = 24m$  (۴)

$x = 16m$  (۳)

$x = 64m$  (۲)

$x = 32m$  (۱)

۴۹- در شرایط خلأ گلوله‌ای را از ارتفاع ۱۲۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. چند ثانیه بعد گلوله دیگری را از همان ارتفاع رها کنیم تا حداکثر فاصله آن‌ها در طول مسیر ۴۵ متر شود؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

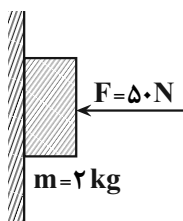
۴ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{2}$  (۲)

۱ (۱)

۵۰- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح قائم برابر  $0/5$  و ضریب اصطکاک جنبشی،  $0/2$  است. نیرویی که از



طرف سطح دیوار قائم بر جسم وارد می شود، چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۱)  $10\sqrt{26}$

(۲)  $10\sqrt{29}$

(۳) ۵۰

(۴)  $20\sqrt{2}$

۵۱- چتربازی به جرم  $90 \text{ kg}$  از یک بالون به سمت پایین می پرد. در لحظه ای که چتر باز می شود، نیروی مقاومت هوا طبق رابطه  $f_D = 36v^2$

تندی چتر باز است) به چتر باز وارد می شود. اگر در لحظه  $t_1 = 5s$ ، بزرگی شتاب چتر باز  $80 \frac{m}{s^2}$  و در لحظه  $t_2 = 25s$ ، با تندی حدی در

حال سقوط باشد، بزرگی شتاب متوسط چتر باز بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟  $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۴)  $0/4$

(۳)  $0/3$

(۲)  $0/2$

(۱)  $0/5$

۵۲- شخصی به جرم  $60 \text{ kg}$  درون یک آسانسور بر روی ترازویی ایستاده است. آسانسور از حال سکون با شتاب ثابت  $2 \frac{m}{s^2}$  به سمت

پایین شروع به حرکت می کند و سپس با شتاب ثابت به بزرگی  $3 \frac{m}{s^2}$  متوقف می شود. اختلاف بین بیشینه و کمینه اندازه نیرویی

که ترازو نشان می دهد، چند نیوتون است؟  $(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۴) ۷۸۰

(۳) ۶۰۰

(۲) ۴۸۰

(۱) ۳۰۰

۵۳- اندازه تکانه جسمی که با سرعت ثابت و در مسیری مستقیم در حال حرکت است  $24 \frac{kg \cdot m}{s}$  است. نیروی ثابت  $\vec{F}$  در راستای

حرکت جسم و به مدت زمان  $2s$  به جسم وارد شده و سرعت جسم را به  $\frac{1}{3}$  مقدار اولیه و در خلاف جهت حرکت اولیه آن

می رساند. بزرگی نیروی  $\vec{F}$  چند نیوتون است؟

(۴) ۳۲

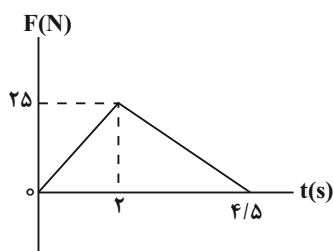
(۳) ۱۶

(۲) ۸

(۱) ۴

۵۴- نمودار نیروی خالص بر حسب زمان برای متحرکی به جرم  $2 \text{ kg}$  که با سرعت اولیه  $5 \frac{m}{s}$  در جهت مثبت محور  $x$  شروع به حرکت

می کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب تکانه جسم در لحظه  $t = 3s$  و نیروی خالص متوسط وارد بر آن در کل حرکت بر حسب



واحدهای SI کدام است؟

(۱)  $12/5 - 35$

(۲)  $25 - 35$

(۳)  $12/5 - 55$

(۴)  $25 - 55$

۵۵- متحرکی به جرم  $40\text{g}$  روی یک دایره به شعاع  $5\text{cm}$  با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در مدت زمان  $5\text{s}$  برابر با  $78/5\text{cm}$  باشد، اندازه نیروی مرکزگرای وارد بر متحرک چند نیوتون است؟ ( $\pi = 3/14$ )

- (۱)  $0/02\pi^2$  (۲)  $0/002\pi^2$  (۳)  $0/002$  (۴)  $0/04\pi^2$

۵۶- وزن جسمی در فاصله  $R_e$  از سطح زمین  $720$  نیوتون است. وزن این جسم روی سطح سیاره‌ای که جرم آن  $2$  برابر جرم زمین و شعاع آن  $3$  برابر شعاع زمین است، چند نیوتون است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است.)

- (۱)  $160$  (۲)  $320$  (۳)  $810$  (۴)  $640$

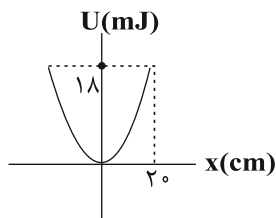
۵۷- در حرکت هماهنگ ساده وزنه - فنری، اگر دامنه نوسان را دو برابر کنیم، بیشینه نیروی وارد بر وزنه و دوره تناوب نوسان‌ها، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

- (۱)  $1$  و  $1/2$  (۲)  $1$  و  $2$  (۳)  $1$  و  $1$  (۴)  $1$  و  $\sqrt{2}$

۵۸- هنگامی که اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسانگر  $25\text{mJ}$  است، تندی نوسانگر نصف تندی آن در نقطه تعادل است. اگر جرم نوسانگر  $0/2\text{kg}$  و بیشینه شتاب آن  $25\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  باشد، دامنه نوسان نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $4$

۵۹- در شکل روبرو، نمودار انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم  $100\text{g}$  نشان داده شده است. بسامد زاویه‌ای نوسانگر در SI کدام است؟ ( $\pi = 3$ )



- (۱)  $0/5$  (۲)  $3$  (۳)  $2$  (۴)  $9$

۶۰- دو آونگ ساده کاملاً مشابه (۱) و (۲) به ترتیب در فاصله‌های  $9R_e$  و  $4R_e$  از مرکز زمین در حال حرکت هماهنگ ساده هستند. اگر در یک مدت زمان معینی یکی از آونگ‌ها  $30$  نوسان بیشتر از دیگری انجام دهد، تعداد نوسان‌های آونگی که تندتر نوسان می‌کند، در این مدت کدام است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است.)

- (۱)  $60$  (۲)  $30$  (۳)  $24$  (۴)  $54$

وقت پیشنهادی: ۲۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت ندرستی + آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۱ تا ۶۶

۶۱- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد.
- بنزین همانند ازلین دارای مولکول‌هایی با گشتاور دوقطبی در حدود صفر است و برخلاف اوره محلول در هگزان می‌باشد.
- با اضافه کردن مقداری صابون به مخلوط ناپایدار آب و روغن، مخلوطی ناهمگن و پایدار ایجاد می‌شود که توانایی پخش نور را دارد.
- تفاوت تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در فرمول مولکولی پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با گروه R یکسان، برابر ۴ می‌باشد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۶۲- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) افزودن آنزیم و مقداری نمک‌های فسفات به صابون، هر دو می‌توانند در جهت تقویت قدرت پاک‌کنندگی مؤثر باشند.
- (۲) رفتار نور در دو مخلوط شربت معده و شیر، مشابه یکدیگر است.
- (۳) نیروی بین مولکولی میان لکه چربی و صابون، مشابه نیروی بین مولکولی میان اتانول و آب است.
- (۴) کارایی صابون در نوعی آب مصرفی که دارای املاح زیاد است، می‌تواند با چالش روبه‌رو شود.

۶۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مخلوط پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها یک پاک‌کننده خورنده به‌شمار می‌آید.
- پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند صابون، براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.
- مولکول‌های تشکیل‌دهندهٔ عسل همانند مولکول‌های اوره، می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.
- شیمی‌دان‌ها پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، با ویژگی‌های آن‌ها آشنا نبودند.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۶۴- در یک لیتر از محلول کلسیم کلرید، غلظت یون‌های کلرید برابر با ۱۴۲۰۰ ppm می‌باشد. برای جلوگیری از تشکیل رسوب در این محلول، در ۲۰۰ گرم از صابون به کار رفته حداقل چند درصد جرمی آن باید شامل یون‌های فسفات باشد؟

( $\text{Cl} = ۳۵/۵, \text{P} = ۳۱, \text{O} = ۱۶: \text{g. mol}^{-۱}$ ) تمام یون‌های فسفات موجود در صابون در واکنش شرکت می‌کنند. چگالی محلول را برابر  $۱ \text{g. mL}^{-۱}$  در نظر بگیرید.)

I)  $\text{CaCl}_2(\text{aq}) \rightarrow \text{Ca}^{۲+}(\text{aq}) + \text{Cl}^{-}(\text{aq})$  (واکنش‌ها موازنه شوند.)

II)  $\text{PO}_4^{۳-}(\text{aq}) + \text{Ca}^{۲+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2(\text{s})$

(۱) ۱۲/۶۷      (۲) ۶/۳۳      (۳) ۱۴/۷۲      (۴) ۷/۳۶

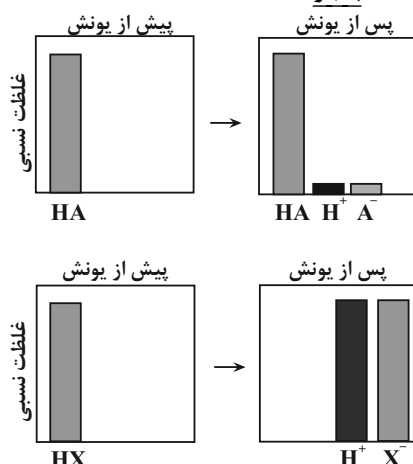
۶۵- در دمای اتاق ۲۰ گرم کلسیم کربنات را به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با  $\text{pH} = ۰/۳$  اضافه می‌کنیم. اگر  $\text{pH}$  محلول اسید باقی‌مانده  $\frac{۱}{۱۶}$  برابر  $\text{pH}$  محلولی از باریوم هیدروکسید باشد که در هر لیتر آن ۵/۱۳ گرم از این باز وجود دارد، درصد خلوص کلسیم کربنات

صرف شده در واکنش به تقریب کدام است؟

( $\text{Ca} = ۴۰, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶, \text{Ba} = ۱۳۷, \text{H} = ۱: \text{g. mol}^{-۱}, \log 2 \approx ۰/۳, \log 3 \approx ۰/۵, \log 5 \approx ۰/۷$ )

(۱) ۶۸      (۲) ۱۷      (۳) ۳۴      (۴) ۸۵

۶۶- با توجه به شکل های زیر، همه گزینه ها درست اند، به جز .....



(۱) اسید HA، نمی تواند یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی یا باران معمولی باشد.

(۲) در شرایط یکسان، رسانایی الکتریکی محلول آبی HX و محلول آبی سولفوریک اسید، یکسان است.

(۳) در دمای اتاق، pH محلول ۰/۱ مولار HA از pH محلول ۰/۱ مولار HX، بیشتر است.

(۴) اسید HX، می تواند HCl یا یکی از اسیدهای موجود در باران اسیدی باشد.

۶۷- در محلول X مولار اسید ضعیف HA، غلظت یون هیدرونیوم برابر با  $10^{-2/8}$  مولار و درجه یونش برابر  $10^{-1/3}$  می باشد و در محلول Y مولار

اسید ضعیف HY، غلظت یون هیدرونیوم برابر با  $10^{-6/4}$  مولار و درجه یونش برابر  $10^{-0/6}$  است. نسبت  $\frac{X}{Y}$  کدام است؟ ( $\log 2 \approx 0/3$ )

$10^{-4/3}$  (۱)       $2 \times 10^4$  (۲)       $10^{-5}$  (۳)       $10^{5/8}$  (۴)

۶۸- کدام موارد از مطالب زیر صحیح اند؟ (کامل ترین گزینه را انتخاب کنید).

(آ) ورود فاضلاب های صنعتی به محیط زیست سبب تغییر pH می شود.

(ب) میزان رسانایی هر نوع محلولی از ترکیبات یونی بیشتر از محلولی از ترکیبات مولکولی است.

(پ) در شرایط یکسان، هر چه ثابت یونش یک اسید بزرگ تر باشد، قدرت اسیدی آن بیشتر خواهد بود.

(ت) محلول سدیم هیدروکسید غلیظ می تواند رسوب های چربی ایجاد شده در مسیر لوله آب را به ترکیب های محلول در آب تبدیل کند.

(۱) (آ) و (پ)      (۲) (ب) و (پ)      (۳) (آ)، (ب) و (ت)      (۴) (آ) و (ت)

۶۹- به ۱۶۸ گرم محلول بتاس سوزآور با درصد جرمی مشخص، مقداری آب خالص اضافه کرده ایم تا حجم محلول به ۷۵۰ mL برسد،

اگر pH محلول حاصل برابر ۱۲/۷ باشد، غلظت محلول اولیه چند ppm و درصد جرمی آن چقدر است؟

(محلول d =  $1 \text{ g.mL}^{-1}$ ) (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.) ( $K = 39, O = 16, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

$12/5 - 1250$  (۱)       $0/1250 - 1250$  (۲)       $12/5 - 12500$  (۳)       $1/25 - 12500$  (۴)

۷۰- کدام عبارت درست است؟

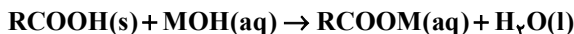
(۱) گل ادریسی در خاک های اسیدی به رنگ آبی و در خاک های بازی به رنگ سرخ شکوفا می شود.

(۲) جوش شیرین یک ماده ضد اسید است که با محلول HCl واکنش داده و تنها فرآورده های آن آب و NaCl می باشد.

(۳) در دمای ثابت با افزایش حجم محلول، حاصل عبارت  $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$  کاهش می یابد.

(۴) در معادله واکنش  $\text{NaOH(aq)}$  با  $\text{HCl(aq)}$ ، یون های  $\text{Na}^+(\text{aq})$  و  $\text{Cl}^-(\text{aq})$  با یکدیگر واکنش می دهند.

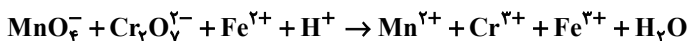
۷۱- جرم مشخصی از اسید چرب با ۷۵ گرم از باز MOH با خلوص ۶۷٪ جرمی و جرم مولی ۴۰ گرم واکنش می‌دهد. آب تشکیل شده می‌تواند ۴/۸ میلی‌لیتر از یک محلول را به ۰/۲۵ غلظت اولیه آن برساند. به تقریب چند درصد از MOH خالص در واکنش شرکت کرده است و اگر باقی‌مانده MOH خالص بتواند ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl را به‌طور کامل خنثی کند، غلظت محلول اسید به تقریب چند گرم بر لیتر است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



( $\text{H} = 1, \text{O} = 16, \text{Cl} = 35.5; \text{g.mol}^{-1}$ ) جرم (g) و حجم (mL) آب تولید شده را برابر در نظر بگیرید.)

(۱) ۳۳,۶۴ (۲) ۲۳,۶۴ (۳) ۳۳,۳۶ (۴) ۲۳,۳۶

۷۲- کدام گزینه در مورد واکنش زیر، پس از موازنه درست است؟



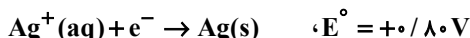
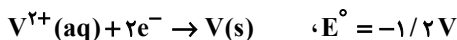
(۱) مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت کننده در واکنش برابر ۵۹ است.

(۲) در این واکنش یک گونه اکسنده و دو گونه کاهنده وجود دارد.

(۳) تغییر عدد اکسایش هر اتم منگنز،  $\frac{5}{3}$  برابر تغییر عدد اکسایش هر اتم کروم است.

(۴) اتم‌های هیدروژن و اکسیژن در این واکنش اکسایش یافته‌اند.

۷۳- با توجه به مقدار  $E^\circ$  نیم‌واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟



(آ)  $\text{V}^{2+}(\text{aq})$ ، اکسنده‌ای قوی‌تر از  $\text{Ag}^+(\text{aq})$  است.

(ب) در شرایط یکسان، تبدیل  $\text{V}^{2+}(\text{aq})$  به  $\text{V(s)}$ ، آسان‌تر از تبدیل  $\text{Pb}^{2+}(\text{aq})$  به  $\text{Pb(s)}$  است.

(پ) سلول گالوانی «سرب - نقره» از  $E^\circ$  سلول گالوانی «وانادیم - سرب» کوچک‌تر است.

(ت) واکنش:  $2\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Pb(s)} \rightarrow \text{Pb}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Ag(s)}$ ، در یک سلول گالوانی به‌طور طبیعی (خودبه‌خودی) پیش می‌رود.

(۱) پ، ت (۲) آ، ت (۳) ب، پ، ت (۴) آ، ب، پ

۷۴- در سلول گالوانی X - Cu (X می‌تواند فلزی از جنس آهن، روی یا منیزیم باشد). نسبت تقریبی بیش‌ترین ولتاژ سلول به کم‌ترین ولتاژ کدام است و در شرایط یکسان بیش‌ترین کاهش جرم برای تیغه آندی در سلول متعلق به کدام فلز است؟

(به ترتیب از راست به چپ) ( $\text{Fe} = 56, \text{Zn} = 65, \text{Mg} = 24; \text{g.mol}^{-1}$ )

نیم‌واکنش کاهش	$E^\circ$ (V)
$\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cu(s)}$	+۰/۳۴
$\text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Fe(s)}$	-۰/۴۴
$\text{Zn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Zn(s)}$	-۰/۷۶
$\text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Mg(s)}$	-۲/۳۷

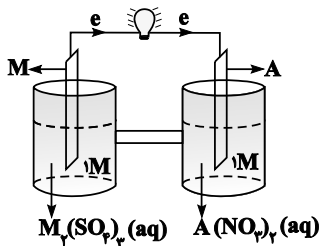
(۱) ۳/۴۷ - منیزیم

(۲) ۶/۹۴ - روی

(۳) ۳/۴۷ - روی

(۴) ۶/۹۴ - منیزیم

۷۵- با توجه به شکل زیر (سلول  $M-A$ )، چه تعداد از عبارات‌های زیر درست هستند؟ (جرم مولی  $M$  برابر  $۲۷$  گرم بر مول است).



- (آ) تیغه  $M$  قطب منفی (آند) و تیغه  $A$  قطب مثبت (کاتد) سلول را تشکیل می‌دهد.  
 (ب) با گذشت زمان غلظت  $M^{3+}$  افزایش یافته و غلظت  $A^{2+}$  کاهش می‌یابد.  
 (پ) طبق قانون پایستگی جرم، تغییر جرم آند با تغییر جرم کاتد برابر است.  
 (ت) برای تداوم جریان، یون‌های نیترات از طریق دیواره متخلخل از نیم‌سلول کاتدی به نیم‌سلول آندی مهاجرت می‌کنند.  
 (ث) به هنگام مبادله  $۱۸/۰۶ \times 10^{21}$  الکترون،  $۲۷۰$  میلی‌گرم از جرم تیغه  $M$  کاسته می‌شود.

(۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱) ۵

۷۶- با مصرف الکترون‌های آزاد شده از اکسایش چند گرم فلز در نیم‌واکنش آندی واکنش  $Al + Cu^{2+} \rightarrow Al^{3+} + Cu$ ، در نیم‌واکنش کاتدی برقکافت آب،  $۲/۲۴$  لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP آزاد می‌شود و در واکنش اکسایش - کاهش داده شده چند

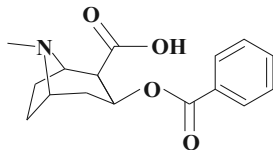
مول فلز تولید می‌شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید و  $Al = ۲۷, Cu = ۶۴: g.mol^{-1}$ )

(۱)  $۳/۶, ۰/۱$  (۲)  $۱/۸, ۰/۱$  (۳)  $۳/۶, ۰/۲$  (۴)  $۱/۸, ۰/۲$

۷۷- کدام مطلب درباره سلول گالوانی و سلول الکترولیتی درست است؟

- (۱) در سلول گالوانی، الکتروند آند، قطب مثبت است.  
 (۲) در سلول گالوانی، قطب منفی آند و در سلول الکترولیتی قطب مثبت آند است و در هر دو سلول، کاتیون‌ها به سمت کاتد می‌روند.  
 (۳) در سلول الکترولیتی، در قطب منفی، اکسایش انجام شده و از جرم تیغه فلزی کاسته می‌شود.  
 (۴) در سلول الکترولیتی، قطب منفی و در سلول گالوانی، آند محل تشکیل اتم از یون است.

۷۸- با توجه به ساختار مقابل، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن و اتم‌های اکسیژن برابر است.  
 (۲) تمام اتم‌های کربن این مولکول، می‌توانند در واکنش‌های اکسایش - کاهش نقش اکسنده یا کاهنده را ایفا کنند.  
 (۳) اختلاف عدد اکسایش دو اتم با بیش‌ترین و کم‌ترین عدد اکسایش، برابر تعداد اتم‌های کربن با عدد اکسایش (-۱) است.  
 (۴) بیش‌تر از نصف کل تعداد اتم‌های این مولکول را اتم‌های هیدروژن تشکیل می‌دهد.

۷۹- کدام موارد از مطالب بیان شده زیر درست‌اند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).

(آ) در نیم‌واکنش اکسایش آهن سفید،  $Zn$  کاهنده است. *Recht GPT A1*

- (ب) فرایند آبکاری در سلول الکترولیتی انجام می‌شود و جسم آبکاری‌شونده به قطب مثبت باتری متصل می‌گردد.  
 (پ) نسبت عدد اکسایش اتم نیتروژن در نیترواسید به عدد اکسایش اتم نیتروژن در نیتریک‌اسید، برابر  $۰/۶$  است.  
 (ت) در سلول گالوانی  $A-B$ ، جهت حرکت الکترون‌ها از سمت  $A$  به سوی  $B$  است، بنابراین  $E_A^\circ$  بزرگ‌تر از  $E_B^\circ$  است.  
 (۱) آ، ب، پ (۲) آ، پ (۳) ب، ت (۴) پ، ت

۸۰- در آبکاری یک قاشق آهنی  $۲۴$  گرمی توسط روکشی از نقره، از  $۵$  لیتر محلول  $۰/۸$  مولار نقره نیترات استفاده شده است. اگر در پایان فرایند  $۳\%$  به جرم قاشق اضافه شده باشد؛ به ترتیب تعداد الکترون‌های عبوری از مدار الکتریکی و تعداد کاتیون‌های  $Ag^+(aq)$

باقی‌مانده در محلول کدام است؟ ( $Ag = ۱۰۸ g.mol^{-1}$  و آند از جنس نقره است).

(۱)  $۴/۸۱۶ \times 10^{23} - ۱/۸ \times 10^{22}$  (۲)  $۴ \times 10^{21} - ۲/۴۰۸ \times 10^{24}$

(۳)  $۴ \times 10^{21} - ۴/۸۱۶ \times 10^{23}$  (۴)  $۱/۸ \times 10^{22} - ۲/۴۰۸ \times 10^{24}$