سوالات کانون فرهنگی آموزش قلم چی ویژه دبیران آزمون ۱۴۰۲۱۰۲۲

ریاضي دهم ، مثلثات - ۲ سوال -

۶۱- در صورتی که $0^\circ < x < 45^\circ$ باشد، حاصل عبارت زیر همواره کدام است؟

$$A = \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x}$$

۱) $\tan x - \cot x$
۲) $\cot x - \tan x$
۳) $\tan x + \cot x$
۴) $-\tan x - \cot x$

آزمون ۲۲ دی

۶۲- در صورتی که داشته باشیم $|\sin x - \cos x| = \frac{\sqrt{15}}{5}$، حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$
۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
۳) ۵
۴) $\sqrt{15}$

آزمون ۲۲ دی

ریاضي دهم ، توان هاي گويا و عبارت هاي جبري - ۶ سوال -

۶۳- اگر $(\frac{1}{4})^{-x+8} = (0/125)^{x-3}$ باشد، حاصل $\sqrt[4]{4+x}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$
۲) ۳
۳) $\sqrt{6}$
۴) ۶

آزمون ۲۲ دی

۶۴- اگر $x < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{-x^6} + \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^3} - 5$ کدام است؟

۱) $-x^2 - 6$
۲) $x^2 - 6$
۳) $x^2 - 2x$
۴) $-x^2 - 2x$

آزمون ۲۲ دی

۶۵- اگر $a = \sqrt[3]{3-\sqrt{2}}$ و $b = \sqrt[3]{3+\sqrt{2}}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $A = (a^2 + 2ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)^2$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۱۲
۳) ۳۶
۴) ۷۲

آزمون ۲۲ دی

۶۶- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ حاصل $x^5 + \frac{1}{x^5}$ کدام است؟

۱) ۱۲۴
۲) ۱۲۱
۳) ۱۲۳
۴) ۱۲۲

آزمون ۲۲ دی

۶۷- حاصل $\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۶}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۳}$

آزمون ۲۲ دی

۶۸- حاصل عبارت $\frac{۱}{\sqrt{x+۹}+\sqrt{x+۱۰}}+\cdots+\frac{۱}{\sqrt{x+۲}+\sqrt{x+۳}}+\frac{۱}{\sqrt{x+۱}+\sqrt{x+۲}}$ به ازای $x=۱۵$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۹ ۴) ۳

آزمون ۲۲ دی

ریاضي دهم ، معادله و نامعادله ها - ۲ سوال -

۶۹- اگر $x=۱$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $(۲k-۱)x^۲-۵x+k=۰$ باشد، حاصل جمع k و ریشهٔ دیگر معادله کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) ۴

آزمون ۲۲ دی

۷۰- در حل معادلهٔ $۲x^۲-۳x-۲=۰$ به روش مربع کامل، به معادلهٔ $(x-\frac{۳a}{۲})^۲=\frac{۵b}{۸}$ می‌رسیم. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

آزمون ۲۲ دی

ریاضي دهم- آشنا ، مثلثات - ۲ سوال -

۷۱- اگر انتهای کمان θ در ربع چهارم دایرهٔ مثلثاتی و $\tan\theta=-\frac{۱}{۳}$ باشد، حاصل $\sin\theta+\cos\theta\cot\theta$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۱۰}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) $-\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ ۴) $-\frac{۳\sqrt{۱۰}}{۵}$

آزمون ۲۲ دی

۷۲- اگر α در ناحیهٔ دوم و $\sin\alpha=\frac{۱۲}{۱۳}$ باشد، معادلهٔ خطی که محور xها را در نقطه‌ای به طول $\frac{۱}{۲}$ قطع کند و با جهت مثبت آن زاویه‌ی α بسازد، کدام است؟

۱) $۴y=۶x-۳$ ۲) $۴y=۳-۶x$ ۳) $۵y=۱۲x-۶$ ۴) $۵y=۶-۱۲x$

آزمون ۲۲ دی

ریاضي دهم- آشنا ، توان هاي گويا و عبارت هاي جبري - ۶ سوال -

۷۳- حاصل عبارت $(\sqrt[۵]{۲\sqrt{۸}}-\sqrt[۴]{۳\sqrt{۹}})(\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}+\sqrt[۳]{۳\sqrt{۳}})$ برابر کدام گزینه است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt[۳]{۳}+\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $\sqrt[۳]{۳}-\sqrt[۳]{۲}$

آزمون ۲۲ دی

۷۴- اگر $a^۲+b^۲+c^۲+۳=۲(a+b+c)$، آنگاه مقدار c کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون ۲۲ دی

۷۵- عدد $۹۹^۳$ برابر است با:

۱) ۹۷۰۳۹۹ ۲) ۹۷۰۲۹۹ ۳) ۹۹۰۲۹۹ ۴) ۹۹۰۳۹۹

آزمون ۲۲ دی

۷۶- حاصل عبارت $a(a+۱)(a+۲)(a+۳)+۱$ کدام است؟

۱) $(a^۲+۱)^۲$ ۲) $(a+۱)^۴$ ۳) $(a^۲+۳a+۱)^۲$ ۴) $(a^۲+a+۱)^۲$

آزمون ۲۲ دی

۷۷- در تجزیهٔ عبارت $x^۵+x+۱$، کدام عامل وجود دارد؟

۱) $x^۳+x^۲+۱$ ۲) $x^۳-x^۲+۱$ ۳) $x-۱$ ۴) $x^۲-x+۱$

آزمون ۲۲ دی

۷۸- اگر $\sqrt{x+۲}-\sqrt{x-۵}=۲$، مقدار $\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-۵}$ کدام است؟

۱) ۴/۵ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۳/۵

آزمون ۲۲ دی

ریاضي دهم- آشنا ، معادله و نامعادله ها - ۲ سوال -

۷۹- ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+۲\sqrt{۵}x+۵=۰$:

۱) گویا و برابرند. ۲) گنگ و برابرند.

۳) گویا و نابرابرند. ۴) گنگ و نابرابرند.

آزمون ۲۲ دی

۸۰- اگر عبارت $(a-1)x^2+(a-1)x+1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

۱) $\{a:1<a<5\}$ ۲) $\{a:a<1\}$ ۳) $\varnothing$ ۴) R

آزمون ۲۲ دی

۶۱- گزینهٔ «۲» *(بهرام حلاج)*

با ساده‌سازی عبارت داده شده داریم:

$$A=\sqrt{\tan^2 x+\cot^2 x-2(\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1})}$$

$$=\sqrt{\tan^2 x+\cot^2 x-2}$$

می‌دانیم که $\tan x\cot x=1$ است، بنابراین:

$$\sqrt{\tan^2 x+\cot^2 x-2\tan x\cot x}=\sqrt{(\tan x-\cot x)^2}$$

$$=|\tan x-\cot x|\xrightarrow[\tan x<\cot x]{^\circ<x<45^\circ} A=\cot x-\tan x$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

۶۲- گزینهٔ «۳» *(بهرام حلاج)*

ابتدا طرفین تساوی داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|\sin x-\cos x|=\frac{\sqrt{15}}{5}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1}-2\sin x\cos x$$

$$=\frac{3}{5}\Rightarrow \sin x\cos x=\frac{1}{5}$$

و نیز می‌دانیم که:

$$\tan x+\cot x=\frac{1}{\sin x\cos x}=5$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۲۲ دی

۶۳- گزینهٔ «۱» *(نریمان فتح‌اللهی)*

$$(۰/۱۲۵)^{x-۳}=(\frac{۱}{۴})^{-x+۸}\Rightarrow(\frac{۱}{۸})^{x-۳}=(۲^{-۲})^{-x+۸}$$

$$\Rightarrow(۲^{-۳})^{x-۳}=۲^{۲x-۱۶}\Rightarrow ۲^{-۳x+۹}=۲^{۲x-۱۶}$$

$$\Rightarrow -۳x+۹=۲x-۱۶\Rightarrow ۵x=۲۵\Rightarrow x=۵$$

بنابراین حاصل $\sqrt[۴]{۴+x}$ برابر است با:

$$\sqrt[۴]{۴+x}=\sqrt[۴]{۴+۵}=\sqrt[۴]{۹}=\sqrt[۴]{۳^۲}=\sqrt{۳}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

۶۴- گزینهٔ «۴» *(مسعود برملا)*

نکته:

$$\sqrt[n]{x^n}=x\text{ , فرد }n$$

$$\sqrt[n]{x^n}=|x|\text{ , زوج }n$$

$$A=\sqrt[۳]{-x^۶}+\sqrt{(x-۳)^۲}-\sqrt[۳]{(x-۲)^۳}-۵$$

$$=-x^۲+|x-۳|-(x-۲)-۵$$

چون $x<۰$ است، در نتیجه $x-۳$ هم منفی است، بنابراین:

$$A=-x^۲-x+۳-x+۲-۵=-x^۲-۲x$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۲۲ دی

۶۵- گزینهٔ «۳» *(سهیل ساسانی)*

$$A=\overbrace{(a^۲+۲ab+b^۲)}^{\text{مربع کامل}}(a^۲-ab+b^۲)^۲$$

$$\Rightarrow A=(a+b)^۲(a^۲-ab+b^۲)^۲=((a+b)(a^۲-ab+b^۲))^۲$$

$$\Rightarrow A=(a^۳+b^۳)^۲$$

می‌دانیم که:

$$b=\sqrt[۳]{۳+\sqrt{۲}}\text{ , }a=\sqrt[۳]{۳-\sqrt{۲}}\quad(۱)$$

$$\xrightarrow{(۱)}(a^۳+b^۳)^۲=(۳-\sqrt{۲}+۳+\sqrt{۲})^۲=۶^۲=۳۶$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.kanoon.ir

۶۶- گزینهٔ «۳» *(سروش موئینی)*

$$x+\frac{1}{x}=3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2+\frac{1}{x^2}+2=9 \Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=7$$

$$x+\frac{1}{x}=3 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} x^3+\frac{1}{x^3}+\underbrace{3x+\frac{3}{x}}_{3(x+\frac{1}{x})}=27$$

$$\Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}=27-9=18$$

حالا دو عبارت را در هم ضرب کنیم:

$$(x^2+\frac{1}{x^2})(x^3+\frac{1}{x^3})=7\times 18$$

$$x^5+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^5}=126 \Rightarrow x^5+\frac{1}{x^5}=126-3=123$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۲۲ دی

۶۷- گزینهٔ «۱» *(نریمان فتح‌اللهی)*

با فرض $A=\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}>0$، طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^2=(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}})^2$$

$$=(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2+2(\sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{2-\sqrt{3}})+(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2$$

$$A^2=2+\sqrt{3}+2\times\sqrt{\underbrace{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}_{4-3=1}}+2-\sqrt{3}$$

$$A^2=2+\sqrt{3}+2(1)+2-\sqrt{3}=6$$

$$\Rightarrow A^2=6 \xrightarrow{A>0} A=\sqrt{6}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۶۸- گزینهٔ «۱» (مسعود برملا)

هر یک از کسرهای عبارت داده شده را جداگانه گویا می‌کنیم:

$$\frac{۱}{\sqrt{x+۱}+\sqrt{x+۲}}\times\frac{\sqrt{x+۱}-\sqrt{x+۲}}{\sqrt{x+۱}-\sqrt{x+۲}}=\frac{\sqrt{x+۱}-\sqrt{x+۲}}{(x+۱)-(x+۲)}$$

$$=\frac{\sqrt{x+۱}-\sqrt{x+۲}}{-۱}=\sqrt{x+۲}-\sqrt{x+۱}$$

با گویا کردن کسرها خواهیم داشت:

$$\Rightarrow A=(\sqrt{x+۲}-\sqrt{x+۱})+(\sqrt{x+۳}-\sqrt{x+۲})+\cdots+(\sqrt{x+۱۰}-\sqrt{x+۹})$$

$$A=\sqrt{x+۱۰}-\sqrt{x+۱}\xrightarrow{x=۱۵}A=\sqrt{۲۵}-\sqrt{۱۶}=۱$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

۶۹- گزینهٔ «۳» (مسعود برملا)

نکته: در معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$، اگر یکی از ریشه‌ها $x=۱$ باشد، $a+b+c=۰$ و ریشهٔ دیگر $\frac{c}{a}$ است.

$$۲k-۱-۵+k=۰\Rightarrow ۳k=۶\Rightarrow k=۲$$

با قرار دادن $k=۲$ در معادله:

$$۳x^۲-۵x+۲=۰\Rightarrow x_۱=۱, x_۲=\frac{۲}{۳}$$

$$k+x_۲=۲+\frac{۲}{۳}=\frac{۸}{۳}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

آزمون ۲۲ دی

۷۰- گزینهٔ «۲» *(رضا سیدنجفی)*

در ابتدا طرفین معادله را بر عدد ۲ تقسیم می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$۲x^۲-۳x-۲=۰\Rightarrow ۲x^۲-۳x=۲\xrightarrow{\div ۲}x^۲-\frac{۳}{۲}x=۱$$

پس داریم:

$$x^۲-\frac{۳}{۲}x+\frac{۹}{۱۶}=۱+\frac{۹}{۱۶}\Rightarrow (x-\frac{۳}{۴})^۲=\frac{۲۵}{۱۶}\ (۱)$$

با مقایسه (۱) و $(x-\frac{۳a}{۲})^۲=\frac{۵b}{۸}$ داریم:

$$\begin{cases}\frac{۳a}{۲}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}\\ \frac{۵b}{۸}=\frac{۲۵}{۱۶}\Rightarrow b=\frac{۵}{۲}\end{cases}$$

در نتیجه $a+b=۳$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

www.kanoon.ir

۷۱- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sin\theta+\cos\theta\cot\theta=\sin\theta+\cos\theta\times\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$=\frac{\sin^{۲}\theta+\cos^{۲}\theta}{\sin\theta}=\frac{۱}{\sin\theta}$$

انتهای کمان θ در ربع چهارم دایره‌ی مثلثاتی است، پس سینوس آن منفی و کسینوس آن مثبت است. با استفاده از رابطه‌های $۱+\cot^{۲}\theta=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}$ و $\cot\theta=\frac{۱}{\tan\theta}$ داریم:

$$\cot\theta=\frac{۱}{\tan\theta}=\frac{۱}{-\frac{۱}{۳}}=-۳$$

$$۱+\cot^{۲}\theta=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\Rightarrow ۱+(-۳)^{۲}=\frac{۱}{\sin^{۲}\theta}\Rightarrow\sin^{۲}\theta=\frac{۱}{۱۰}$$

$$\xrightarrow{\sin\theta<۰}\sin\theta=-\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{۱}{\sin\theta}=\frac{۱}{-\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}}=-\sqrt{۱۰}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۷۲- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

شیب خط برابر $\tan\alpha$ است، ابتدا باید $\tan\alpha$ را با استفاده از $\sin\alpha$ به دست آوریم:

$$1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}\xrightarrow{\sin\alpha=\frac{12}{13}}1+\cot^2\alpha=\frac{1}{(\frac{12}{13})^2}$$

$$\Rightarrow 1+\cot^2\alpha=\frac{169}{144}\Rightarrow\cot^2\alpha=\frac{169}{144}-1$$

$$\Rightarrow\cot^2\alpha=\frac{169-144}{144}=\frac{25}{144}$$

$$\xrightarrow{\alpha\text{ در ناحیه‌ی دوم}}\cot\alpha=\frac{-5}{12}$$

$$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{1}{\cot\alpha}=\frac{1}{\frac{-5}{12}}=\frac{-12}{5}$$

بنابراین معادلهٔ خط با شیب $\frac{-12}{5}$ و گذرنده از نقطهٔ $(\frac{1}{2},0)$ برابر است با:

$$y-0=\frac{-12}{5}(x-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow y=\frac{-12}{5}x+\frac{6}{5}\xrightarrow{\times5}5y=6-12x$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۲۲ دی

۷۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

$$\sqrt[3]{3\sqrt{3}}+\sqrt[3]{2\sqrt{2}}=\sqrt[3]{\sqrt{3^2\times3}}+\sqrt[3]{\sqrt{2^2\times2}}$$

$$=\sqrt[3]{\sqrt{3^3}}+\sqrt[3]{\sqrt{2^3}}=\sqrt[3]{(\sqrt{3})^3}+\sqrt[3]{(\sqrt{2})^3}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

از طرفی:

$$\sqrt[4]{3\sqrt{9}}-\sqrt[5]{2\sqrt{8}}=\sqrt[4]{\sqrt{3^4}}-\sqrt[5]{\sqrt{2^5}}=\sqrt[4]{(\sqrt{3})^4}-\sqrt[5]{(\sqrt{2})^5}$$

$$=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

www.kanoon.ir

۷۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

$$a^۲+b^۲+c^۲+۳=۲(a+b+c)$$

$$\underbrace{a^۲-۲a+۱}+\underbrace{b^۲-۲b+۱}+\underbrace{c^۲-۲c+۱}=۰$$

$$(a-۱)^۲+(b-۱)^۲+(c-۱)^۲=۰$$

چون مجموع سه عبارت مربع کامل صفر شده است، پس هر کدام باید صفر باشند، یعنی: $a=۱$ و $b=۱$ و $c=۱$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

۷۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

با استفاده از اتحاد مکعب تفاضل دو جمله خواهیم داشت:

$$۹۹^۳=(۱۰۰-۱)^۳$$
$$=۱۰۰^۳-۳\times۱۰۰^۲\times۱+۳\times۱۰۰\times۱^۲-۱^۳$$
$$=۱۰^۶-۳۰۰۰۰+۳۰۰-۱=۹۷۰۲۹۹$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

www.kanoon.ir

۷۶- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

$$a(a+۱)(a+۲)(a+۳)+۱$$

راه حل اول: عبارت را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$\underbrace{(a+۱)(a+۲)}_{(۱)}\ \underbrace{a(a+۳)}_{(۲)}+۱$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$(\underbrace{a^۲+۳a}_{A}+۲)(\underbrace{a^۲+۳a}_{A})+۱=A^۲+۲A+۱=(A+۱)^۲$$

$$=(a^۲+۳a+۱)^۲$$

راه حل دوم: با فرض $a=۱$ حاصل عبارت برابر با ۲۵ می‌شود که فقط عبارت گزینه‌ی (۳) به ازای $a=۱$ برابر با ۲۵ است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۲۲ دی

۷۷- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

$x^۲$ را اضافه و کم می‌کنیم:

$$x^۵+x+۱=x^۵-x^۲+(x^۲+x+۱)$$

$$=x^۲(x^۳-۱)+x^۲+x+۱$$

$$=x^۲(x-۱)(x^۲+x+۱)+x^۲+x+۱$$

$$=(x^۲+x+۱)(x^۳-x^۲+۱)$$

پس عامل $x^۳-x^۲+۱$ در تجزیهٔ عبارت وجود دارد.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

www.kanoon.ir

۷۸- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-۵})(\sqrt{x+۲}-\sqrt{x-۵})$$
$$=((x+۲)-(x-۵))=۷$$
$$\Rightarrow(\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-۵})(۲)=۷$$
$$\Rightarrow\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-۵}=\frac{۷}{۲}=۳/۵$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۲۲ دی

۷۹- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

در این معادله، $\Delta=(۲\sqrt{۵})^{۲}-۴\times۵=۰$ است، چون دلتای معادله صفر است، ریشه‌ها برابرند و $x'=x''=\frac{-b}{۲a}=-\sqrt{۵}$، پس هر کدام از ریشه‌ها گنگ هستند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۲۲ دی

www.kanoon.ir

۸۰- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

عبارت درجهٔ دوم $Ax^۲+Bx+C$ همواره منفی است هرگاه $\begin{cases} A<۰ \\ \Delta<۰ \end{cases}$ باشد.

بنابراین برای این‌که عبارت درجهٔ دوم $(a-۱)x^۲+(a-۱)x+۱$ همواره منفی باشد، باید:

$$\begin{cases} \text{ضریب } x^۲<۰ \Rightarrow (a-۱)<۰ \Rightarrow a<۱ \quad (۱) \\ \Delta<۰ \Rightarrow (a-۱)^۲-۴(a-۱)<۰ \\ \Rightarrow (a-۱)(a-۱-۴)<۰ \\ \Rightarrow (a-۱)(a-۵)<۰ \Rightarrow ۱<a<۵ \quad (۲) \end{cases}$$

از آنجا که اشتراک (۱) و (۲) تهی است، بنابراین این عبارت نمی‌تواند همواره منفی باشد. پس مقداری برای a یافت نمی‌شود.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۲۲ دی

www.kanoon.ir